



TÜBİTAK

**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEKLEME DAİRE BAŞKANLIĞI**

**26. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2018
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI**

Soru kitapçığı türü

B

12 Mayıs 2018 Cumartesi, 09.30-12.30

ÖĞRENCİNİN ADI SOYADI :

T.C. KİMLİK NO :

OKULU / SINIFI :

SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Cevap kâğıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiçbir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve karalama kâğıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday bir sorunun yanlış olduğundan emin ise, itiraz için sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 10 iş günü içerisinde kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir; bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayların sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Matematik Olimpiyatı - 2018 Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat Komitesi bu tür durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kâğıdınızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

BAŞARILAR DİLERİZ.

1. C açısı dik olan bir ABC üçgeninde $4|AC| = 3|BC|$ dir. ABC nin iç teğet çemberi BC ye D de, AC ye ise E de teğettir. AD doğrusu iç teğet çemberi D den farklı bir S noktasında, BE doğrusunu ise T noktasında kesiyor. $\frac{|AS|}{|TD|}$ kaçtır?
- a) $\frac{22}{15}$ b) $\frac{18}{11}$ c) $\frac{11}{7}$ d) $\frac{5}{3}$ e) $\frac{3}{2}$

2. Bir a pozitif tam sayısını tam bölmeyen en küçük pozitif tam sayıya a nın *ilk bölmeyeni* diyelim. Kaç $n \leq 26$ pozitif tam sayısı için ilk bölmeyeni n olan bir pozitif tam sayı bulunur?
- a) 15 b) 14 c) 13 d) 12 e) 11

3. $n_1, n_2, \dots, n_{2018}$ tam sayılar olmak üzere,
- $$n_1^2 + n_2^2 + \dots + n_{2018}^2 + 4036 = 3(n_1 + n_2 + \dots + n_{2018})$$
- eşitliği sağlanıyorsa, $n_1^2 + n_2^2 + \dots + n_{2018}^2$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?
- a) 2^{2018} b) 6055 c) 2019 d) 1 e) Hiçbiri

4. 12×12 satranç tahtasının birim karelerinden k tanesi kırmızı ve k tanesi mavi renge, hiçbir kırmızı birim karenin hiçbir komşusu (ortak kenar veya köşeye sahip birim kareler) boyanmayacak şekilde boyanabiliyorsa, k nin alabileceği en büyük değer nedir?
- a) 30 b) 29 c) 28 d) 27 e) 26

5. $m(\widehat{BAC}) = 140^\circ$ ve $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$ olan bir ABC üçgeninde, A noktasının BC doğrusuna göre simetriği D , B noktasının AC doğrusuna göre simetriği ise E dir. $m(\widehat{DEC})$ kaçtır?
- a) 55° b) 50° c) 45° d) 40° e) 35°
6. $x_0, x_1, \dots, x_{2018}$ tam sayıları $x_0 = 1$, $x_1 = 2$ ve her $n \geq 1$ için $x_{n+1} = 3x_n - 2x_{n-1}$ koşulunu sağlıyorsa, x_{2018} sayısının 2018 ile bölümünden kalan kaçtır?
- a) 8 b) 6 c) 4 d) 2 e) 0
7. $(x^2 - 2x\sqrt{2} + 7)(y^2 + 2y\sqrt{3} + 8) = 25$ denklemini sağlayan kaç farklı (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?
- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0 e) Sonsuz çoklukta
8. Her elemanı 6^{12} sayısının bir pozitif böleni olan ve herhangi iki farklı elemanının çarpımı tam küp olmayan bir kümede en çok kaç eleman bulunabilir?
- a) 80 b) 77 c) 73 d) 70 e) 65

9. Bir ABC üçgeninde $|AB| = |AC| = 2$, $|BC| = \sqrt{2}$ dir. $[BC]$ nin orta noktası D , $[AC]$ nin orta noktası ise E dir. ABC nin çevrel çemberi üzerinde AB doğrusuna göre C ile farklı tarafta olan ve $|PC|^2 = |PD|^2 + |PE|^2$ eşitliğini sağlayan bir P noktası alınıyor. $|PA| + |PB|$ kaçtır?
- a) 3 b) $2\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{2}$ d) $1 + \sqrt{3}$ e) $1 + \sqrt{2}$
10. k, n_1, n_2, \dots, n_k pozitif tam sayılar olmak üzere $4^{n_1} + 4^{n_2} + \dots + 4^{n_k}$ sayısı 43 ile tam bölünüyorsa, k en az kaç olabilir?
- a) 6 b) 5 c) 4 d) 3 e) 2
11. x bir irrasyonel sayı olmak üzere, $x^2 - 2x$ ve $x^3 - 5x$ rasyonel sayılar ise, $x^3 - 5x$ kaçtır?
- a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1
12. $1, 2, \dots, 7$ sayılarıyla numaralandırılmış yedi kutunun her birine en az 1 ve en çok 10 olmak üzere, bilyeler dağıtılacaktır. Böyle bir dağılımda $i < j$ olmak üzere, i numaralı kutudaki bilye sayısı j numaralı kutudaki bilye sayısından az değilse, (i, j) ikilisine *ters ikili* diyelim. Tam olarak bir ters ikili içeren kaç dağılım vardır?
- a) 2310 b) 1980 c) 1520 d) 1260 e) 720

13. $ABCD$ dışbükey dörtgeninde $|AD| = |CD|$, $m(\widehat{ADB}) = 38^\circ$, $m(\widehat{CDB}) = 42^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 140^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{BAC})$ kaçtır?

a) 21° b) 20° c) 19° d) 18° e) 17°

14. Tam olarak 26 farklı tam kare ile bölünebilen en küçük pozitif tam sayının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

15.

$$x^2 + xy - y^2 = 10x$$

$$x^3 - xy^2 + y^2 = 10y$$

denklem sistemini sağlayan kaç farklı (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

16. Tahtada başlangıçta 2018 sayısı yazılıdır. Her hamlede tahtadaki sayı silinip yerine o sayının 12 eksiği veya 9 katının 4 eksiği yazılıyor. Aşağıdaki sayılardan hangisi sonlu sayıda hamle sonucunda tahtada yazılı olabilir?

a) $6^{33} + 2$ b) $5^{32} + 4$ c) $4^{31} + 1$ d) $3^{30} + 1$ e) $2^{29} + 2$

21. $m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$ olan dar açılı bir ABC üçgeninde diklik merkezi H ve A dan karşı kenara indirilen dikmenin ayağı D dir. $[AC]$ üzerinde $|BD| \cdot |CD| = |ED|^2$ olacak şekilde bir E noktası alınıyor. $|BH| = 7|EH|$ ise $\frac{|AE|}{|CE|}$ kaçtır?
- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{7}$

22. $2^{2n} + 2^n + n$ ifadesinin 7 ile tam bölünmesini sağlayan kaç $n \leq 420$ pozitif tam sayısı vardır?
- a) 60 b) 50 c) 40 d) 30 e) 20

23. Bir a_1, a_2, \dots, a_{100} pozitif gerçel sayı dizisinde $a_1 = 1$ ve her $n = 1, 2, \dots, 99$ için

$$\frac{1}{a_{n+1}} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{(a_i + a_{i+1})\sqrt{a_i^2 + i^2}} = 1$$

sağlanıyorsa, a_{100} kaçtır?

- a) 25 b) 20 c) 15 d) 10 e) 5
24. $1, 2, \dots, 26$ sayılarıyla numaralandırılmış 26 böcek başlangıçta k numaralı böcek $(k, 0)$ noktasında bulunacak şekilde koordinat düzlemine yerleştirilmiştir. Her hamlede tam olarak bir böcek bulunduğu (a, b) noktasından $(a+1, b), (a-1, b), (a, b+1), (a, b-1)$ noktalarından birine, atlayacağı noktada başka bir böcek bulunmuyorsa, atlıyor. En az kaç hamle sonucunda her $k = 1, 2, \dots, 26$ için k nolu böcek $(27-k, 0)$ noktasında bulunabilir?
- a) 392 b) 390 c) 388 d) 386 e) 384

25. Ayrıt uzunlukları 1,2,3 cm olan bir dikdörtgenler prizmasında A köşesine en uzak köşe F olsun. Daima dikdörtgenler prizmasının yüzeyinde hareket etmek şartı ile A köşesinden F köşesine giden bir karınca en az kaç cm yol gitmelidir?

a) $2 + \sqrt{10}$ b) $3 + \sqrt{5}$ c) $2\sqrt{5}$ d) $3\sqrt{2}$ e) 4

26. m ve n pozitif tam sayılar, p bir asal sayı olmak üzere kaç farklı (m, n, p) üçlüsü için $\frac{13^m + p \cdot 2^n}{13^m - p \cdot 2^n}$ sayısı bir pozitif tam sayıdır?

a) 3 b) 2 c) 1 d) 0 e) Hiçbiri

27. $0 < x \leq 1$ olmak üzere, $\sqrt{1 + \frac{4}{x}} - \sqrt{1 - x}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

a) $\sqrt{5}$ b) $3 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ c) 2 d) 1 e) Hiçbiri

28. 26 takımın katıldığı bir turnuvada her takım ikilisi aralarında tam olarak bir maç yapıyor. A takımı B takımını, B takımı C takımını, C takımı da A takımını yenerse $\{A, B, C\}$ kümesine tuhaf küme diyelim. Bu turnuvada tuhaf küme sayısı en çok kaç olabilir?

a) 736 b) 728 c) 712 d) 696 e) 684

29. Bir $A_1A_2 \dots A_{26}$ düzgün 26-geninde $A_1A_9, A_1A_{15}, A_1A_{16}$ doğruları A_8A_{21} doğrusunu sırasıyla B, C, D noktalarında kesiyorlar. $\frac{|A_8B|}{|CD|}$ kaçtır?

- a) 3 b) 2 c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{2}$ e) 1

30. 2 nin tüm pozitif tam sayı kuvvetlerinin p ile bölümünden kalanların alabileceği farklı değerlerin toplamının p ye eşit olmasını sağlayan 2018 den küçük kaç farklı p asalı vardır?

- a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

31. a ve b gerçel sayılar olmak üzere, $P(x) = x^4 + (a+b)x^3 + (a+b+ab)x^2 + (a^2+b^2)x + ab$ polinomunun gerçel kökü yoksa, $(a-2)^2 + (b-2)^2$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değeri nedir?

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

32. Masadaki üç kutuda başlangıçta k, l ve m bilye bulunuyor. İki oyuncu sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar ve her hamlede sırası gelen oyuncu kutuların birini veya ikisini seçip seçtiği kutu veya kutulardan birer bilye alıyor. Hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun $(k, l, m) = (2017, 2018, 2018), (2017, 2018, 2019), (2018, 2018, 2018), (2018, 2019, 2019)$ ve $(2019, 2019, 2019)$ için birer kez oynanırsa, oyuna başlayan oyuncu bu oyunlardan kaçını kazanmayı garantileyebilir?

- a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1