



**TÜBİTAK**

**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU  
BİLİM İNSANI DESTEKLEME DAİRE BAŞKANLIĞI**

**19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2011  
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI**

**Soru kitapçığı türü**

**B**

**3 Nisan 2011 Pazar, 13.00-15.30**

**ÖĞRENCİNİN ADI SOYADI :**

**T.C. KİMLİK NO. :**

**OKULU / SINIFI :**

**SINAVA GİRDİĞİ İL :**

**SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:**

- Bu sınav çoktan seçmeli 36 sorudan oluşmaktadır.
- Cevap kâğıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.**
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar, ya da karalama kâğıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama yapmak için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday bir sorunun yanlış olduğundan emin ise, itiraz için sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayınlandıktan sonra 5 iş günü içerisinde kanıtları ile birlikte TÜBİTAK'a başvurmalıdır. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayların sorulara itiraz hakkı vardır; üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Matematik Olimpiyatı - 2011 Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukukî sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat komitesi bu tür durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kâğıdınızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

**BAŞARILAR DİLERİZ.**

NOT: Metin içinde kullanılan bazı gösterimlerin anlamları aşağıda verilmiştir.

$AB$	$A$ ve $B$ noktalarından geçen doğru
$[AB]$	$A$ ve $B$ noktalarını birleştiren doğru parçası
$ AB $	$[AB]$ nin uzunluğu
$m(\widehat{ABC})$	$ABC$ açısının ölçüsü

19. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **B**

1.  $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$  olmak üzere,  $ABC$  üçgeninin  $[AB]$  kenarını çap alan çember  $[AC]$  kenarını  $D$  noktasında, çembere  $D$  de teğet olan doğru da  $BC$  yi  $E$  noktasında kesiyor.  $|EC| = 2$  ise,  $|AC|^2 - |AE|^2$  nedir?
- a) 10                      b) 12                      c) 16                      d) 18                      e) Hiçbiri

2. Kaç  $p$  asal sayısı için,  $|p^4 - 86|$  sayısı da asaldır?
- a) 4                      b) 3                      c) 2                      d) 1                      e) 0

3.  $x_1$  ve  $x_2$  sayıları  $x^2 + 5x - 7 = 0$  denkleminin farklı gerçel kökleri ise,  $x_1^3 + 5x_1^2 - 4x_1 + x_1^2x_2 - 4x_2$  nedir?
- a) 20                      b) -50                      c)  $175 + 25\sqrt{53}$                       d) -15                      e) Hiçbiri

4. Pozitif tam sayılardan oluşan  $n$  elemanlı her kümenin toplamı 6 ile bölünen altı elemanı bulunabiliyorsa,  $n$  en az kaç olabilir?
- a) 9                      b) 10                      c) 11                      d) 12                      e) 13

5. Aşağıdakilerden hangisi,  $[AB]$  ve  $[CD]$  kenarlarının orta dikmeleri  $[AC]$  köşegeni üstündeki bir noktada kesişen her  $ABCD$  dışbükey dörtgeni için doğrudur?

- a)  $|AD| + |DC| \leq |AB| + |BC|$     b)  $|AC| \leq |BD|$     c)  $|BD| \leq |AC|$   
 d)  $|BA| + |AD| \leq |BC| + |CD|$     e) Hiçbiri

6.  $(x + 1)^{65}$  polinomunun kaç katsayısı 65 e bölünmez?

- a) 3                      b) 16                      c) 18                      d) 20                      e) Hiçbiri

7.  $1 + \sqrt{n^2 - 9n + 20} > \sqrt{n^2 - 7n + 12}$  eşitsizliğini sağlayan kaç  $n$  pozitif tam sayısı vardır?

- a) 4                      b) 3                      c) 2                      d) 1                      e) Hiçbiri

8.  $\{1, 2, \dots, 20\}$  kümesinin 8 elemanlı altkümelerinden kaç tane ardışık sayılar içermez?

- a)  $\binom{20}{15}$                       b)  $\binom{14}{9}$                       c)  $\binom{14}{8}$                       d)  $\binom{13}{9}$                       e)  $\binom{13}{8}$





19. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **B**

17. Bir  $ABCD$  eşkenar dörtgeninin iç bölgesinde yer alan bir  $E$  noktası  $|AE| = |EB|$ ,  $m(\widehat{EAB}) = 11^\circ$  ve  $m(\widehat{EBC}) = 71^\circ$  koşullarını sağlıyorsa,  $m(\widehat{DCE})$  nedir?

a)  $68^\circ$                       b)  $69^\circ$                       c)  $70^\circ$                       d)  $71^\circ$                       e)  $72^\circ$

18.  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$  ve her  $n \geq 1$  için,  $f(3n - 1) = f(n) - 1$ ,  $f(3n) = f(n)$ ,  $f(3n + 1) = f(n) + 1$  ise,  $f(2011)$  nedir?

a) 0                      b) 1                      c) 3                      d) 5                      e) 7

19.  $xy$ -düzlemindeki tam sayı koordinatlı noktalardan koordinatları çarpımı 6 ile bölünenler kırmızıya, bölünmeyenler ise beyaza boyanıyor. Kenarları koordinat eksenlerine paralel çok büyük bir karenin içinde kalan tam sayı koordinatlı noktalardan beyaz olanların sayısının kırmızı olanların sayısına oranı aşağıdakilerden hangisine en yakındır?

a)  $\frac{5}{4}$                       b)  $\frac{4}{3}$                       c) 2                      d)  $\frac{3}{2}$                       e)  $\frac{7}{5}$

20.  $r_1, r_2, \dots, r_n$  renklerinde sırasıyla,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  topun bulunduğu bir torbadan, her seferinde çekilen top torbaya geri konmak koşuluyla, birer birer rastgele  $n$  top çekildiğinde bu toplardan en az ikisinin aynı renkte olma olasılığını  $p(a_1, a_2, \dots, a_n)$  ile gösterirsek, aşağıdakilerden hangisi en küçüktür?

a)  $p(1, 1, 1)$     b)  $p(2, 2, 1)$     c)  $p(2, 2, 3)$     d)  $p(1, 1, 1, 1)$     e)  $p(2, 2, 2, 1)$







- 29.**  $ABCDE$  düzgün dışbükey beşgeninin alanının, kenarları  $AC$ ,  $CE$ ,  $EB$ ,  $BD$ ,  $DA$  doğruları üstünde yer alan düzgün dışbükey beşgenin alanına oranı nedir?

a)  $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$       b)  $4+\sqrt{5}$       c)  $\frac{3+5\sqrt{5}}{2}$       d)  $\frac{41}{6}$       e) Hiçbiri

- 30.**  $0 \leq a < 2^{2008}$  ve  $0 \leq b < 8$  tam sayıları  $7(a + 2^{2008}b) \equiv 1 \pmod{2^{2011}}$  denkleğini sağlıyorsa,  $b$  nedir?

a) 7      b) 6      c) 5      d) 3      e) Hiçbiri

- 31.**  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  gerçel sayı dizisi  $a_1 = 1$ ,  $a_3 = 4$  ve her  $n \geq 2$  için,  $a_{n+1} + a_{n-1} = 2a_n + 1$  koşulunu sağlıyorsa,  $a_{2011}$  nedir?

a) 2011      b) 3016      c) 1010528      d) 2021056      e)  $2^{2010}$

- 32.**  $1, 2, \dots, 4022$  sayıları  $2 \times 2011$  bir satranç tahtasının birim karelerine, iki sayı aynı birim karede olmamak ve ardışık olan sayılar ortak bir kenarı olan birim karelerde yer almak koşuluyla kaç farklı biçimde yerleştirilebilir?

a) 8084224      b) 10088242      c) 12168440      d) 16168444      e) Hiçbiri

- 33.** Bir birim küreye içten ve köşeleri bu küre üstünde yer alan düzgün dörtyüzlünün bir yüzüne de dıştan teğet olan bir kürenin hacmi en çok ne olabilir?

a)  $\frac{1}{2} \left( \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 1 \right)$     b)  $\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$     c)  $\frac{1}{4}$     d)  $\frac{1}{3}$     e) Hiçbiri

- 34.**  $n$  pozitif bir tam sayı olmak üzere,  $2^n$  sayısının on tabanına göre yazılımda sağdan en çok kaç basamakta aynı rakam yer alabilir?

a) 5    b) 4    c) 3    d) 2    e) Hiçbiri

- 35.** Aşağıdaki fonksiyonlar arasında pozitif gerçel sayılar kümesinde aldığı en büyük değer en küçük olan hangisidir?

a)  $\frac{x^6}{1+x^8}$     b)  $\frac{x^5}{1+x^9}$     c)  $\frac{x^4}{1+x^{10}}$     d)  $\frac{x^3}{1+x^{11}}$     e)  $\frac{x^2}{1+x^{12}}$

- 36.** Boyları birbirinden farklı 14 öğrenci başlangıçta nasıl sıralanmış olurlarsa olsunlar, her adımda yanyana duran iki öğrencinin yerini değiştirerek en az kaç adımda öğrencileri boy sırasına sokmak mümkün olur?

a) 52    b) 45    c) 43    d) 42    e) Hiçbiri