



TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU  
BİLİM İNSANI DESTEKLEME DAİRE BAŞKANLIĞI

18. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2010  
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

Soru kitapçığı türü

A

25 Nisan 2010 Pazar, 13.00-15.30

ÖĞRENCİNİN ADI SOYADI :

T.C. KİMLİK NO. :

OKULU / SINIFI :

SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 36 sorudan oluşmaktadır.
- Cevap kâğıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.**
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar, ya da karalama kâğıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama yapmak için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday bir sorunun yanlış olduğundan emin ise, itiraz için sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 5 iş günü içerisinde kanıtları ile birlikte TÜBİTAK'a başvurmalıdır. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayların sorulara itiraz hakkı vardır; üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Matematik Olimpiyatı - 2010 Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukukî sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat komitesi bu tür durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kâğıdınızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

BAŞARILAR DİLERİZ.

NOT: Metin içinde kullanılan bazı gösterimlerin anlamları aşağıda verilmiştir.

$AB$	$A$ ve $B$ noktalarından geçen doğru
$[AB]$	$A$ ve $B$ noktalarını birleştiren doğru parçası
$ AB $	$[AB]$ nin uzunluğu
$m(\widehat{ABC})$	$ABC$ açısının ölçüsü
$\llbracket x \rrbracket$	$x$ gerçel sayısını aşmayan en büyük tam sayı



5. Dışbükey bir  $ABCD$  dörtgeninde,  $|AB| = 10$ ,  $|CD| = 3\sqrt{6}$ ,  $m(\widehat{ABD}) = 60^\circ$ ,  $m(\widehat{BDC}) = 45^\circ$ ,  $|BD| = 13 + 3\sqrt{3}$  ise,  $|AC|$  kaçtır?
- a) 20                      b) 18                      c) 16                      d) 14                      e) 12
6.  $2011y^2 = 2010x + 3$  eşitliğini sağlayan kaç  $(x, y)$  tam sayı ikilisi vardır?
- a) 3                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) Sonsuz çoklukta
7.  $r$  metre yarıçaplı daire biçiminde bir adacığın merkezinde duran bir kurbağa  $1/2$  metrelik bir atlayışla başlayıp, her seferinde  $90^\circ$  sağa veya sola dönerek bir öncekinin yarısı uzunluğunda bir atlayış yapıyor. Sonlu sayıda atlayışta kurbağanın suya varamamasını sağlayan en küçük  $r$  değeri nedir?
- a)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       b)  $\frac{\sqrt{13}}{5}$                       c)  $\frac{\sqrt{19}}{6}$                       d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       e)  $\frac{3}{4}$
8. İlk 2010 pozitif tam sayının rakamlarının toplamı kaçtır?
- a) 30516                      b) 28068                      c) 25020                      d) 20100                      e) Hiçbiri



13.  $|AB| = |AC|$  ve  $m(\widehat{BAC}) = 40^\circ$  olan bir  $ABC$  üçgeninin  $[AB]$  ve  $[AC]$  kenarları üstünde sırasıyla,  $D$  ve  $E$  noktaları alınıyor.  $BC$  doğrusu üstünde de  $C$  noktası,  $B$  ile  $F$  arasında kalacak biçimde bir  $F$  noktası alınıyor.  $|BE| = |CF|$ ,  $|AD| = |AE|$  ve  $m(\widehat{BEC}) = 60^\circ$  ise,  $m(\widehat{DFB})$  kaçtır?

a)  $45^\circ$                       b)  $40^\circ$                       c)  $35^\circ$                       d)  $30^\circ$                       e)  $25^\circ$

14. Gerçek sayı doğrusu üstünde 0 noktasından başlayarak, her adımda doğru boyunca istediği yönde 364 veya 715 birim sıçrayan bir çekirgenin konduğu noktaların 2010 noktasına uzaklığı en az ne kadar olabilir?

a) 5                      b) 8                      c) 18                      d) 34                      e) 164

15.  $x, y, z$  gerçel sayıları,  $\frac{xyz}{x+y} = -1$ ,  $\frac{xyz}{y+z} = 1$  ve  $\frac{xyz}{z+x} = 2$  eşitliklerini sağlıyorsa,  $xyz$  aşağıdaki değerlerden hangisini alabilir?

a)  $-\frac{8}{\sqrt{15}}$                       b)  $\frac{8}{\sqrt{5}}$                       c)  $-8\sqrt{\frac{3}{5}}$                       d)  $\frac{7}{\sqrt{15}}$                       e) Hiçbiri

16. 11 farklı kitap üç rafı bir kitaplığa, en çok bir raf boş kalacak biçimde kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?

a)  $75 \cdot 11!$                       b)  $62 \cdot 11!$                       c)  $68 \cdot 12!$                       d)  $12 \cdot 13!$                       e)  $6 \cdot 13!$

- 17.** Uzayda yer alan  $A, B, C, D$  noktaları için,  $|AB| = |AC| = 3$ ,  $|DB| = |DC| = 5$ ,  $|AD| = 6$  ve  $|BC| = 2$  dir.  $BC$  doğrusunun  $D$  noktasına en yakın noktası  $P$  ve  $ABC$  üçgeninin bulunduğu düzlemin  $D$  noktasına en yakın noktası da  $Q$  ise,  $|PQ|$  kaçtır?

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       b)  $\frac{3\sqrt{7}}{2}$       c)  $\frac{57}{2\sqrt{11}}$       d)  $\frac{9}{2\sqrt{2}}$       e)  $2\sqrt{2}$

- 18.** 1000 elemanlı bir kümenin 500 elemanlı altkümelerinin sayısı aşağıdaki sayılardan hangisine bölünmez?

a) 3      b) 5      c) 11      d) 13      e) 17

- 19.**  $x^5 - 2x^2 - 9x - 6$  polinomunun farklı gerçel köklerinin toplamı nedir?

a) 0      b) 1      c) -2      d) 6      e) -17

- 20.** 0 sayısı ile başlanıp, her adımda bir önceki sayının 1 fazlası veya 2 katı alınarak, aşağıdaki sayılardan hangisini en az sayıda adımda elde edilir?

a) 2011      b) 2010      c) 2009      d) 2008      e) 2007



25.  $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ,  $|AB| = 1$  ve  $|AC| = \sqrt{2}$  olan bir  $ABC$  üçgeniyle aynı düzlemde yer alan  $P$  ve  $Q$  noktaları,  $|PB| = 1 = |QB|$ ,  $|PC| = 2 = |QC|$  ve  $|PA| > |QA|$  koşullarını sağlıyorsa,  $|PA|/|QA|$  nedir?
- a)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$       b)  $5 - \sqrt{6}$       c)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$       d)  $\sqrt{6} + 1$       e) Hiçbiri
26.  $m$  nin aşağıdaki değerlerinden hangisi için  $3x^2 + 4y^2 - 5z^2 = m$  eşitliğini sağlayan  $(x, y, z)$  pozitif tam sayı üçlüsü yoktur?
- a) 16      b) 14      c) 12      d) 10      e) 8
27. Katsayılarının her biri 1 veya  $-1$  ve tüm kökleri gerçel sayılar olan bir polinomun derecesi en çok kaç olabilir?
- a) 5      b) 4      c) 3      d) 2      e) Hiçbiri
28. 2010 kişinin yaşadığı bir köyde her ikisi de aynı arkadaş sayısına sahip olan bir tek ikili varsa, bu sayı kaç farklı değer alabilir?
- a) 1      b) 2      c) 3      d) 4      e) Hiçbiri





- 33.**  $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$  ve  $|AC| = 10$  olan bir  $ABC$  üçgeninde  $[AC]$  kenarının orta noktası  $D$  olmak üzere,  $[AD]$  ve  $[BD]$  nin orta dikmeleri  $E$  noktasında,  $[BD]$  ve  $[CD]$  nin orta dikmeleri de  $F$  noktasında kesişiyor.  $|EF| = 13$  ise,  $|AB|$  aşağıdaki değerlerden hangisini alabilir?

- a)  $20\sqrt{\frac{2}{13}}$       b)  $15\sqrt{\frac{2}{13}}$       c)  $10\sqrt{\frac{2}{13}}$       d)  $5\sqrt{\frac{2}{13}}$       e) Hiçbiri

- 34.** Aşağıdaki sayılardan hangisi  $2^{2^{2010}} + 2^{2^{2009}} + 1$  sayısını böler?

- a) 19      b) 17      c) 13      d) 11      e) Hiçbiri

- 35.** Aşağıdaki ifadelerden hangisi,  $0 < x < 1$  ve  $0 < y < 1$  koşullarını sağlayan tüm  $x, y$  gerçel sayıları için  $x^3 + y^5$  ten küçük değildir?

- a)  $x^2y$       b)  $x^2y^2$       c)  $x^2y^3$       d)  $x^3y$       e)  $xy^4$

- 36.** Başlangıçta  $n \times n$  bir satranç tahtasının yalnızca sol alt köşesinde bir taş bulunuyor. Oyuncular sırayla hamle yaparak, her hamlede taşı bulunduğu karenin hemen sağındaki, hemen üstündeki veya hemen sağ üst çaprazındaki kareye kaydırıyorlar. Hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun,  $6 \times 7$ ,  $6 \times 8$ ,  $7 \times 7$ ,  $7 \times 8$  ve  $8 \times 8$  tahtalarda birer kez oynanırsa, bu oyunlardan kaçını ilk hamleyi yapan oyuncu kazanmayı garanti edebilir?

- a) 1      b) 2      c) 3      d) 4      e) Hiçbiri