



TÜBİTAK

TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU  
BİLİM İNSANI DESTEKLEME DAİRE BAŞKANLIĞI

**17. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2009  
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI**

**Soru kitapçığı türü  
B**

**26 Nisan 2009 Pazar, 13.00-15.30**

**SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:**

- Bu sınav çoktan seçmeli 36 adet sorudan oluşmaktadır.
- Cevap kâğıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.
- Her sorunun sadece bir cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürecektir.**
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal ya da karalama kâğıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday, eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise, itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 5 iş günü içerisinde kanıtları ile birlikte TÜBİTAK'a başvurmalıdır. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır; üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Matematik Olimpiyatı - 2009 Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukukî sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat komitesi, bu tür durumlarda, sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kâğıdınızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

**BAŞARILAR DİLERİZ.**

NOT: Metin içinde kullanılan bazı gösterimlerin anlamları aşağıda verilmiştir.

$AB$	$A$ ve $B$ noktalarından geçen doğru
$AB//CD$	$AB$ , $CD$ ye paralel
$[AB]$	$A$ ve $B$ noktalarını birleştiren doğru parçası
$ AB $	$[AB]$ nin uzunluğu
$m(\widehat{ABC})$	$ABC$ açısının ölçüsü
$m(\hat{A})$	$A$ açısının ölçüsü

XVII. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **B**

1. Bir dik üçgenin hipotenüsüne ait dış teğet çemberinin yarıçapı 30 ise, bu üçgenin çevresinin uzunluğu kaçtır?
- a) 75                      b) 60                      c) 50                      d) 45                      e) 40
2.  $a^2b + ab^2 = 2009201020092010$  eşitliğini sağlayan kaç  $(a, b)$  tam sayı ikilisi vardır?
- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 4                      e) Hiçbiri
3.  $x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15$  ve  $x^3 + 4x^2 - x - 10$  polinomlarının ortak olmayan gerçel köklerinin çarpımı kaçtır?
- a) 6                      b) -6                      c) 4                      d) -4                      e) Hiçbiri
4.  $\{1, 2, \dots, n\}$  kümesi iki altkümeye nasıl ayrılırsa ayrılsın, altkümelerden en az birindeki iki farklı elemanın toplamı bir tam kare oluyorsa,  $n$  en az kaçtır?
- a) 17                      b) 16                      c) 15                      d) 14                      e) 13





- 13.** Dışbükey bir  $ABCD$  dörtgeninin köşegenlerinin kesişim noktası  $E$  olmak üzere,  $AEB, BEC, CED$  ve  $DEA$  üçgenlerinin çevre uzunlukları birbirlerine eşittir.  $AEB, BEC$  ve  $CED$  üçgenlerinin iç teğet çemberlerinin yarıçapları sırasıyla, 3, 4 ve 6 ise,  $DEA$  üçgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı kaçtır?

a) 5                      b)  $\frac{13}{3}$                       c)  $\frac{7}{2}$                       d)  $\frac{9}{2}$                       e) Hiçbiri

- 14.**  $n$  tam sayısının kaç farklı değeri için  $n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n + 7$  sayısı asaldır?

a) 4                      b) 3                      c) 2                      d) 1                      e) Sonsuz çoklukta

- 15.** Her  $n$  pozitif tam sayısı için,  $a_n \neq 0$  ve  $a_n a_{n+3} = a_{n+2} a_{n+5}$  koşullarını sağlayan bir  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  gerçel sayı dizisinde  $a_1 a_2 + a_3 a_4 + a_5 a_6 = 6$  ise,  $a_1 a_2 + a_3 a_4 + \dots + a_{41} a_{42}$  toplamı kaçtır?

a) 882                      b) 63                      c) 42                      d) 21                      e) Hiçbiri

- 16.** Tam olarak yedi farklı rakamın kullanıldığı kaç tane sekiz basamaklı sayı vardır?

a)  $\binom{9}{4}^2 \cdot 6! \cdot 8$     b)  $\binom{7}{3}^2 \cdot 7!$     c)  $\binom{8}{3}^2 \cdot 7! \cdot 3$     d)  $\binom{8}{3}^2 \cdot 7!$     e)  $\binom{9}{3}^2 \cdot 6! \cdot 3$

17.  $ABC$  üçgeninde  $|AB| = |AC|$  ve  $m(\widehat{BAC}) = 80^\circ$  dir.  $ABC$  üçgeninin iç bölgesindeki bir  $E$  noktası,  $|AE| = |EC|$  ve  $m(\widehat{EAC}) = 10^\circ$  koşullarını sağlıyorsa,  $m(\widehat{EBC})$  nedir?

- a)  $30^\circ$                       b)  $25^\circ$                       c)  $20^\circ$                       d)  $15^\circ$                       e)  $10^\circ$

18. Her  $n \geq 0$  için,  $a_{n+1} = a_n^3 + a_n^2$  koşulunu sağlayan bir  $(a_n)_{n=0}^\infty$  tam sayı dizisinin terimlerinin 11 e bölümünden kalanların oluşturduğu kümenin en çok kaç elemanı vardır?

- a) 6                      b) 5                      c) 4                      d) 3                      e) 2

19.  $x$  bir gerçel sayı olmak üzere,  $x(x+4)(x+8)(x+12)$  ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a)  $-280$                       b)  $-260$                       c)  $-256$                       d)  $-252$                       e)  $-240$

20.  $xy$ -düzlemine,  $m$  mavi ve  $k$  kırmızı dikdörtgen, kenarları eksenlere paralel olacak, eksenlerden herhangi birine paralel olan hiçbir doğru aynı renkte birden fazla dikdörtgeni kesmeyecek ve farklı renkte hangi iki dikdörtgen alınırsa alınsın, yalnızca bunları kesen ve eksenlerden birine paralel olan bir doğru bulunacak biçimde yerleştirilmişse,  $(m, k)$  tam sayı ikilisi aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- a)  $(3, 3)$                       b)  $(3, 4)$                       c)  $(2, 6)$                       d)  $(1, 7)$                       e) Hiçbiri

- 21.**  $ABC$  eşkenar üçgeninin iç bölgesindeki bir  $D$  noktası,  $|AD| = 8$ ,  $|BD| = 13$  ve  $m(\widehat{ADC}) = 120^\circ$  koşullarını sağlıyorsa  $|DC|$  kaçtır?

a) 16                      b) 15                      c) 14                      d) 13                      e) 12

- 22.**  $1 \leq n \leq 455$  ve  $n^3 \equiv 1 \pmod{455}$  koşullarını sağlayan kaç  $n$  tam sayısı vardır?

a) 1                      b) 3                      c) 6                      d) 9                      e) Hiçbiri

- 23.**  $a$  bir gerçel sayı;  $x_1$  ve  $x_2$ ,  $x^2 + ax + 2 = x$  denkleminin farklı iki kökü;  $x_3$  ve  $x_4$  de,  $(x - a)^2 + a(x - a) + 2 = x$  denkleminin farklı iki kökü olmak üzere,  $x_3 - x_1 = 3(x_4 - x_2)$  ise,  $x_4 - x_2$  nedir?

a)  $\frac{3a}{2}$                       b)  $\frac{2a}{3}$                       c)  $\frac{a}{3}$                       d)  $\frac{a}{2}$                       e) Hiçbiri

- 24.** İlk rakamı tek olup, çift rakam geçen basamaklarının sayısı çift olan beş basamaklı pozitif tam sayıların sayısı  $A$  ve ilk rakamı çift olup çift rakam geçen basamaklarının sayısı çift olan beş basamaklı pozitif tam sayıların sayısı  $B$  ise,  $A - B$  kaçtır?

a) 0                      b) 3200                      c) 4640                      d) 5000                      e) Hiçbiri

- 25.**  $ABCD$  kirişler dörtgeninin  $[AC]$  ve  $[BD]$  köşegenleri,  $P$  noktasında kesişiyor.  $APB$  ve  $CPD$  üçgenlerinin çevrel çemberlerinin merkezleri,  $ABCD$  dörtgeninin çevrel çemberi üstünde ve  $|AC| + |BD| = 18$  ise,  $ABCD$  dörtgeninin alanı nedir?

a)  $\frac{81\sqrt{3}}{4}$       b)  $\frac{36\sqrt{3}}{2}$       c)  $\frac{81}{2}$       d) 36      e) Hiçbiri

- 26.**  $11^2 + 13^2 + 17^2$ ,  $24^2 + 25^2 + 26^2$ ,  $12^2 + 24^2 + 36^2$ ,  $11^2 + 12^2 + 132^2$  sayılarından kaç bir tam sayının karesine eşittir?

a) 0      b) 1      c) 2      d) 3      e) 4

- 27.**  $|x^3 + 3x^2 - 33x - 3| \geq 2x^2$  eşitsizliğini,  $|x| \geq n$  koşulunu sağlayan her  $x$  gerçel sayısı için doğru kılan  $n$  tam sayısının alabileceği en küçük değer nedir?

a) 5      b) 6      c) 7      d) 8      e) 9

- 28.** Her biri dört elemanlı  $n$  kümeden, hangi farklı ikisini alırsak alalım, bu iki kümeden yalnızca birine ait olan tüm elemanlardan oluşan küme, başlangıçtaki  $n$  kümeden birine eşitse,  $n$  en çok kaçtır?

a) 15      b) 7      c) 5      d) 3      e) Hiçbiri



- 29.**  $ABC$  üçgeninin iç teğet çemberi,  $BC$ ,  $AC$  ve  $AB$  kenarlarına sırasıyla,  $A_1, B_1$  ve  $C_1$  noktalarında teğettir.  $AA_1$  doğrusu, iç teğet çemberi ikinci kez  $Q$  noktasında kesiyor.  $A_1C_1$  ve  $A_1B_1$  doğruları,  $A$  noktasından geçen ve  $BC$  ye paralel olan doğruyu sırasıyla,  $P$  ve  $R$  noktalarında kesiyor.  $m(\widehat{PQC_1}) = 45^\circ$  ve  $m(\widehat{RQB_1}) = 65^\circ$  ise,  $m(\widehat{PQR})$  nedir?

a)  $130^\circ$                       b)  $125^\circ$                       c)  $120^\circ$                       d)  $115^\circ$                       e)  $110^\circ$

- 30.** Her  $0 \leq i \leq 17$  için,  $a_i$  sayısı,  $-1, 0$  veya  $1$  olmak üzere,

$$a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + \cdots + 2^{17}a_{17} = 2^{10}$$

eşitliğini sağlayan kaç  $(a_0, a_1, \dots, a_{17})$  on sekizlisi vardır?

a) 1                              b) 4                              c) 7                              d) 8                              e) 9

- 31.**  $f(x) = \frac{x^5}{5x^4 - 10x^3 + 10x^2 - 5x + 1}$  ve,  $1 \leq i \leq 2009$  için,  $x_i = \frac{i}{2009}$  ise,  $f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_{2009})$  toplamı kaçtır?

a) 2010                      b) 2009                      c) 1010                      d) 1005                      e) 1000

- 32.** Tüm tam sayılar kümesi, farkları asal bir sayıya eşit olan herhangi iki tam sayı aynı altkümeye düşmeyecek biçimde,  $n$  altkümeye ayrılabiliriyorsa,  $n$  en az kaçtır?

a) 3                              b) 4                              c) 5                              d) 6                              e) Hiçbiri

- 33.**  $ABC$  üçgeninin  $[AL]$  ve  $[BM]$  kenarortayları  $K$  noktasında kesişiyor.  $C, K, L, M$  noktaları çembersel ve  $|AB| = \sqrt{3}$  ise,  $[CN]$  kenarortayının uzunluğu nedir?

a) 3                      b)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$                       c)  $\sqrt{3}$                       d) 1                      e) Hiçbiri

- 34.**  $x$  ve  $y$  farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,  $(x + y^2)(x^2 - y)/(xy)$  ifadesinin alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri nedir?

a) 17                      b) 15                      c) 14                      d) 8                      e) 3

- 35.** Her  $n \geq 2$  için,  $a_n = \sqrt[3]{n^3 + n^2 - n - 1}/n$  ise,  $a_2 a_3 \cdots a_k > 3$  eşitsizliğinin sağlanması için  $k$  pozitif tam sayısının en az kaç olması gerekir?

a) 106                      b) 104                      c) 102                      d) 100                      e) Hiçbiri

- 36.** Yüz kenti olan bir ülkedeki bazı kentler arasında yapılan tek yönlü uçak seferleri, başkentten başlayıp, ülkedeki her kentten en az bir kez geçerek, yeniden başkente dönmeyi mümkün kılan en az bir sefer dizisi bulunacak biçimde düzenlenmiştir. Böyle bir düzenlemede, bu şekildeki uçak seferi dizilerinden sefer sayısı en az olanın sefer sayısı, bütün bu tür düzenlemeler arasında en çok kaç olabilir?

a) 3060                      b) 2550                      c) 2100                      d) 1850                      e) Hiçbiri