

Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu
XIV. Ulusal Matematik Olimpiyatı
İkinci Aşama Sınavı

İkinci Gün
17 Aralık 2006

4. $n \geq 2$ ve a_1, a_2, \dots, a_n pozitif gerçel sayılar olmak üzere

$$t = a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2$$

ise,

$$\sum_{i \neq j} \frac{a_i}{a_j} \geq \frac{(n-1)^2 t}{t-1}$$

olduğunu gösteriniz.

5. Dar açılı bir ABC üçgeninin yükseklikleri $[AA_1]$, $[BB_1]$ ve $[CC_1]$ olsun. AB_1C_1 , BC_1A_1 ve CA_1B_1 üçgenlerinin iç merkezleri, sırasıyla, O_A , O_B ve O_C olsun. ABC üçgeninin içteğet çemberi BC , CA ve AB kenarlarına, sırasıyla, T_A , T_B ve T_C noktalarında teğet ise, $T_AO_C T_B O_A T_C O_B$ altıgeninin eşkenar olduğunu gösteriniz.

6. Kenarları, alanı ve iç açılarının derece cinsinden ölçüleri rasyonel sayılar olan bir üçgenin bulunmadığını ispat ediniz.

Sınav süresi 4 1/2 saattir.
Her soru 7 puan değerindedir.