

Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu
XII. Ulusal Matematik Olimpiyatı
İkinci Aşama Sınavı
İkinci Gün
12 Aralık 2004

4. \mathbb{Z} tam sayılar kümesini göstermek üzere, tüm $m, n \in \mathbb{Z}$ için,

$$f(n) - f(n + f(m)) = m$$

koşulunu sağlayan bütün $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonlarını bulunuz.

5. Bir ABC üçgeninin, $[BC]$ kenarına ait dışteğet çemberinin, BC , CA ve AB doğrularına değme noktaları, sırasıyla, A_1 , B_1 ve C_1 ; $[CA]$ kenarına ait dışteğet çemberinin, aynı doğrulara değme noktaları, yine sırasıyla, A_2 , B_2 ve C_2 ; $[AB]$ kenarına ait dışteğet çemberinin, aynı doğrulara değme noktaları, yine sırasıyla, A_3 , B_3 ve C_3 olsun. $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ ve $A_3B_3C_3$ üçgenlerinin çevrelerinin toplamının, ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapına oranının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

6. $n, m \geq 0$ tam sayıları için, $K(n, 0) = \phi$ ve

$$K(n, m + 1) = \{ k \mid 1 \leq k \leq n \text{ ve } K(k, m) \cap K(n - k, m) = \phi \}$$

ise, $K(2004, 2004)$ kümesinin eleman sayısını bulunuz.

*Sınav süresi 4 1/2 saattir.
Her soru 7 puan değerindedir.*