

V. ULUSAL İLKÖĞRETİM MATEMATİK OLİMPİYATI SINAVI-2000

B

Metin içinde kullanılan bazı gösterimlerin anlamları aşağıda verilmiştir.

AB	A ve B noktalarından geçen doğru
$[AB]$	A ve B noktalarını birleştiren doğru parçası
$ AB $	$[AB]$ nın uzunluğu
\mathbb{R}	Gerçek sayılar kümesi

1. Tabanı kare ve yüksekliği, taban köşegeninin yarısına eşit olan bir düzgün piramidin taban köşegeninin uzunluğu 12 ise, yanal alanı nedir?

- a) $72\sqrt{3}$ b) 48 c) $60\sqrt{2}$ d) $48\sqrt{3}$ e) 144

2.
$$\begin{array}{cccc} 8 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & a & b & 1 \\ 6 & c & d & 9 \\ 6 & 5 & 7 & 3 \end{array}$$
 dizilişinde a, b, c, d sayılarının her birisi, sağındaki, solundaki,

üstündeki, altındaki dört komşusunun aritmetik ortalamasına eşit ise, $ad - bc$ nedir?

- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

3. Parantezler yerleştirilerek $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6$ ifadesinden yerleştirilerek elde edilebilecek en büyük sayı nedir?

- a) 720 b) 180 c) 45 d) 80 e) 360

7. Dar açılı bir ABC üçgeninde $[AD]$ ve $[BE]$ iki yükseklik olmak üzere, $[AB]$ ve $[DE]$ nin orta noktaları F ve G ile gösterildiğinde, $|DE| = 30$ ve $|AB| = 34$ ise, $|FG|$ nedir?

- a) $6\sqrt{2}$ b) 10 c) 8 d) $10\sqrt{2}$ e) 16

8. $T(n)$ ile n pozitif tam sayısının rakamlarının toplamı gösterilsin.
 $T(n) + 3n = 2000$ eşitliğini sağlayan kaç tane üç basamaklı n pozitif tam sayısı vardır?

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0 e) 3 ten çok

9. x_1 ve x_2 sayıları $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri; $\frac{x_1}{x_2}$ ve $\frac{x_2}{x_1}$ sayıları da $Ax^2 + Bx + 1 = 0$ denkleminin kökleri ise, B nedir?

- a) $2 - \frac{ab^2}{c}$ b) $\frac{b^2}{c} - 2$ c) $2 - \frac{b^2}{ac}$ d) $2 - \frac{b^2}{c}$ e) $\frac{b^2}{ac} - 2$

10. Kenar uzunlukları a ve b ($a > b$) olan dikdörtgen biçiminde bir kağıt, bir köşegeninden bükülerek ikiye katlanıyor ve tek kat kalan kısımlar kesilerek kağıt tekrar açılıyor. Ortaya çıkan şeklin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\frac{b^2}{\sqrt{2}a}\sqrt{a^2+b^2}$ b) $\frac{a^2}{\sqrt{2}b}\sqrt{a^2+b^2}$ c) $\frac{a^2+b^2}{2}$ d) $\frac{a}{4b}(a^2+b^2)$
e) $\frac{b}{2a}(a^2+b^2)$

11. 10^{999} sayısının rastgele seçilmiş bir pozitif böleninin 10^{100} ün bir tam katı olması olasılığı nedir?

- a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{81}{100}$ c) $\frac{9}{10}$ d) $\frac{1}{11}$ e) $\frac{11}{111}$

12. x, y, z pozitif tam sayılar ve

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{30}{13}$$

ise, $z^3 - xy$ aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 46 b) 49 c) 52 d) 54 e) 58

13. ap uzunluğu 6 olan $[AB]$ çaplı yarım çemberin $[AD]$ ve $[DC]$ kirişlerinin her birinin uzunluğu 2 ise, $[BC]$ kirişinin uzunluğu nedir?

- a) $2\sqrt{3}$ b) 3 c) $\frac{7}{2}$ d) 4 e) $\frac{14}{3}$

14. On iki terimli bir sayı dizisinin ilk terimi 12, son terimi 21 dir. Bu dizinin ardışık numaralı her üç teriminin toplamı 121 ise, sekizinci terimi kaçtır?

- a) 12 b) 21 c) 88 d) 91 e) Veriler yetersizdir

15. Bir kenarının uzunluğu 10 birim olan eşkenar üçgenin kenarlarına eşit aralıklarla paraleller çizilerek her kenar 10 parçaya bölünüp küçük eşkenar üçgenler oluşturuluyor. Kenar uzunluğu 1 birim olan üçgenlerden toplam olarak en az kaç kenar silinmelidir ki, kalan şekilde hiç üçgen bulunmasın?

- a) 65 b) 60 c) 45 d) 50 e) 55

19. Bir $ABCD$ karesinin A köşesinin ve $[AB]$ kenarının orta noktasının, kareyi sadece D noktasında kesen bir d doğrusuna uzaklıkları, sırasıyla 10 ve 22 ise, C noktasının d doğrusuna uzaklığı nedir?

- a) 20 b) 24 c) $15\sqrt{2}$ d) $10\sqrt{3}$ e) 16

20. $3^m - 1 = n^3$ denklemini sağlayan kaç (m, n) pozitif tam sayı sıralı ikilisi vardır?

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0 e) 3 ten çok

21. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1$ dizisi, her hamlede sadece iki teriminin kendi aralarında yerleri değiştirilerek x_1, x_2, \dots, x_{11} dizisine dönüştürülüyor.

$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{11}$ koşulunun sağlanması için en az kaç hamle yapılmalıdır?

- a) 9 b) 8 c) 7 d) 6 e) 5

1. Bir ABC dik üçgeninin düzleminde ve BC doğrusuna göre A noktasının bulunmadığı tarafta $BDEC$ karesi çiziliyor. \widehat{BAC} dik açısına ait açıortayın $[BC]$ ve $[DE]$ kenarlarıyla kesişim noktaları sırasıyla F ve G ile gösterilmek üzere, $|AB| = 24$ ve $|AC| = 10$ ise, $BDGF$ dörtgeninin alanını hesaplayınız.

2. Tüm a_1, a_2, \dots, a_{15} pozitif tam sayıları için

$$a_1 a_2 \cdots a_{15} (a_1^n + a_2^n + \cdots + a_{15}^n)$$

çarpımının 15 ile tam bölünmesini sağlayan en küçük pozitif n tam sayısını bulunuz.

3. a gerçel bir sayı olmak üzere, bir $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her gerçel x, y için

$$f(x)f(y) - af(xy) = x + y$$

eşitliğini sağlıyor. a nın alabileceği tüm değerleri bulunuz.