ADIYAMAN FEVZİ ÇAKMAK ANADOLU LİSESİ
DANIŞMAN : MUSTAFA BOZDAĞ

İBRAHİM HALİL KOYUNCU

MEHMET ÇOBAN

VİETA FORMÜLLERİNE FARKLI BİR BAKIŞ

Biz bu projemizde

"$\forall k,n,r \in N^{+}$ *ve* $r,k \leq n$ *olmak üzere;*

$$P_n(x) = \prod_{k=1}^{n}(x-k) \ = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1}x^{n-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$$

polinomlarının r. açılımının katsayıları nasıl hesaplanır ? "

sorusunu cevaplamaya ve tüm katsayıları bulmaya yarayacak bir bağıntı bulmayı araştırdık. Projeye şöyle başladık ki; 1996 Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları 1.Aşama

8. $(x-1).(x-2).(x-3)...(x-100)$ *ifadesinde*
parantezler açılarak
$x^{100} + \alpha_1.x^{99} + \alpha_2.x^{98} + \ldots + \alpha_{99}.x^1 + \alpha_{100}$
polinomu elde ediliyor.
α_1 *katsayısı ağaşıdakilerden hangisidir?*
A)5005 B)−4004 C)−4545 D)−5500 E)−5050

sorusu dikkatimizi çekti ve "acaba $x^{98}, x^{97}, \ldots x^{0}$ gibi herhangi bir dereceli terimin katsayısı da hesaplanabilir mi?" diye düşündük. Bu problemin mevcut çözümünü(vieta formülleri yardımıyla) inceleyince yüksek dereceden terimlerin katsayılarında Vieta Formüllerinin çok çok uzun işlemler ve uğraşlar içerdiğini farkettik. Bizde öncelikle $(x-1).(x-2)$'nin , sonra $(x-1).(x-2).(x-3)$'ün,... açılımlarını yapıp katsayılarını alt alta yazarak bir üçgen oluşturduk.Bu katsayı üçgeninde belirli bir kuralla sayı dizilerinin oluştuğunu ve arttığını gördük.Bu şekilde istenilen derecedeki terimin katsayılarına ulaşılabileceğini gözlemledik.Yaptığımız deneylerle bu üçgenin doğruluğunu ispatladık.Ancak bu üçgen ile de yüksek dereceli terimlerin katsayılarının bulunması zor olacağından sayılar arasında bağıntıyı formülize etmeye çalıştık. Bulduğumuz sonuçlar aşağıdaki gibidir.

1. x^r'*li* terimin katsayıları arasındaki bağıntı.

x^{r-1} *için* $\alpha_{r-1}.x^{r-1} + \alpha_{r-2}.x^{r-2} + \ldots + \alpha_1.x^1 + \alpha_0$ polinomu dikkate alınarak

x^{r} *için* $(r.\alpha_{r-1} + \alpha_{r-2}).x^{r} + (r.\alpha_{r-2} + \alpha_{r-3}).x^{r-1} + \ldots + \alpha_1.x^1 + \alpha_0$ polinomu elde edilir.

2. $\forall n \in N^{+}$ *için* α_1 ler -1,-3,-6,... sayı dizisinden oluşmakta ve bu dizinin genel terimi

$-\dfrac{n.(n+1)}{2}$ dir.

3. $\forall n \in N^{+}$ *için* α_2 ler 2,11,35,85,175,... sayı dizisinden oluşmakta ve bu dizinin genel terimi

$\dfrac{(n-1).(n).(n+1).(3n+2)}{24}$ dir.

4. $\forall n \in N^{+}$ *için* α_3 ler - 6,-50,-225,-735... sayı dizisinden oluşmakta ve bu dizinin genel terimi

$-\dfrac{(n-1).(n).(n+1)^2.(n+2)^2}{48}$ dir.

5. $\forall n \in N^{+}$ *için* α_0 ların oluşturduğu sütundaki sayılar; -1,2,-6,24,-120,720,... dır. Bu sayı dizisinin genel terimi ise $(-1)^n.n!$ dır.

ANKARA FEN LİSESİ
DANIŞMAN : NUFER ÖZTÜRK

CÜNEYD ÖZTÜRK

KÜRŞAT RASİM MESTAV

TAM BÖLERLİK FONKSİYONU ÜZERİNE KULLANIŞLI BİRKAÇ EŞİTLİK VE UYGULAMALARI

Bu projedeki amaç, tanımladığımız tam bölerlik fonksiyonu yardımıyla bulduğumuz eşitlikleri kullanarak bazı teoremlerin kanıtına farklı bir bakış açısı getirmek, bazı teoremlere daha kolay ve anlaşılır çözümler yapmak, ayrıca bazı ünlü olimpiyat sorularına kolay çözümler üretmektir.

Tanım: n bir tamsayı olmak üzere; tam bölerlik fonksiyonu $V_p(n)$ ile gösterilir ve p asal sayısının n yi bölen en büyük kuvvetini gösterir.

$V_p(n) = a \Leftrightarrow p^a \parallel n \Leftrightarrow p^a \mid n, p^{a+1} \nmid n$ dir.

1.Eşitlik: p tek bir asal sayı x ve y tamsayılar olmak üzere, $p \mid x-y$ ve $p \nmid x, p \nmid y$ koşulunu sağlasın.Her n pozitif tam sayısı için şu eşitlik doğrudur;

$$V_p(x^n - y^n) = V_p(x-y) + V_p(n)$$

2. Eşitlik: x ve y tek tamsayılar, n bir pozitif tamsayı olmak üzere;

(i) n tekse $V_2(x^n - y^n) = V_2(x-y)$ dir.

(ii) n çiftse $V_2(x^n - y^n) = V_2(\frac{x^2-y^2}{2}) + V_2(n)$ dir.

3.Eşitlik: p tek bir asal sayı, x ve y tamsayıları $p \mid x+y$ ve $p \nmid x, p \nmid y$ koşulunu sağlasın. Her n tek pozitif tamsayısı için şu eşitlik doğrudur;

$V_p(x^n + y^n) = V_p(x+y) + V_p(n)$ dir.

Bulduğumuz bu eşitlikler yardımıyla primitif kök üzerinde birçok teoremin, Zsigmondy teoreminin genelleştirdiğimiz halinin, Euler teoreminin kendi yöntemimizle ispatlarını yaptık. Mihailescu ve Fermat'ın son teoremlerinin bazı durumlarını kendi yöntemimizle ispatladık. Ulusal ve uluslar arası olimpiyatlarda çıkmış birçok ünlü olimpiyat sorusunun yine kendi yöntemimizle çözümlerini yaptık. Bulduğumuz bu yöntemle daha birçok çalışma yapılabileceğini düşünüyoruz.

EMRE KARAYOL

ANTALYA ÖZEL UFUK FEN LİSESİ
DANIŞMAN : EKREM KÖROĞLU

MUSTAFA DOĞRU

BÜTÜN BİNOM AÇILIMLARIN TERİM SAYISINI VEREN GENEL BİR FORMÜL

Bu çalışmamızda;

Matematik kitaplarında bulduğumuz terim sayısı bulma formüllerinin yetersiz olduğunu gördük.

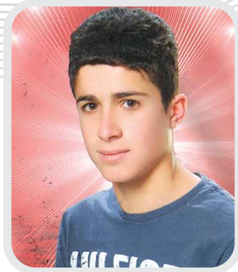
Bütün Binom açılımlarını terim sayısını veren genel bir formül bulmayı amaçladık. Daha geniş bir teorem olmalıydı. Araştırdığımız kaynaklarda da hiçbir ize rastlamadık ve böyle bir teorem araştırmaya karar verdik.

Bu süreçte öncelikle 2. ve 3. dereceden denklemlerle başladık. Bunlar için teoremler ve formüller keşfettik. Bu teoremleri ispatladık. Bulduğumuz bu teoremleri kullanarak genel bir teoremi bulabileceğimizi düşündük.

Farklı durumlarda inceledik ve uzun bir çalışmadan sonra bu genel teoreme başarıyla ulaştık. Bulduğumuz tüm teoremleri ispatladık. Bunları bir araya getirdik ve projemizi tamamladık.


EMRAH ORAL

BİTLİS ÖZEL SELAHATTİN EYYÜBİ LİSESİ
DANIŞMAN : İSMAİL ŞİRAN


KADİR YAŞAR

KİRİŞ SAYISI ÇİFT OLAN KİRİŞLER ÇOKGENİNDE AÇI ALAN VE KENAR BAĞLANTILAR

Projemizin adı “Kiriş Sayısı Çift Olan Kirişler Çokgenlerinde Açı, Alan ve Kenar Bağıntıları”dır. Biz bu projeyle geometri dersine katkıda bulunmayı, çokgen sorularının daha pratik bir çözüme kavuşturulmasını amaçladık.

Projemizin ilk bölümünü “Kirişler dörtgeninde açılar birer atlanarak toplanınca birbirine eşit iki bağıntı çıkar” kuralından yola çıkarak hazırladık. Yine bu bölümde “n=(3,4,5,…)”olmak üzere, herhangi kiriş sayısı çift olan kirişler çokgeni (2n) için iç açılar bir atlanarak toplanırsa elde edilen iki toplam birbirine eşit olur mu?” sorusuna cevap aradık.

Projemizin ikinci bölümü kiriş sayısı çift olan kirişler çokgenlerinin alanları ile ilgilidir.

Bu bölümde “$k \geq 2$ ve $k \in N^+$” olmak üzere; “n=2k-1” ve “n=2k” için “2n”genin alanlarının birer atlanarak çarpımı arasında bir bağıntı var mıdır?” sorusuna cevap aradık.

Projemizin üçüncü bölümünde ise “Bu kiriş sayısı çift olan kirişler çokgenlerinde köşelerin birleştirilmesi sonucu elde edilen üçgenlerin kenarlarının birer atlanarak çarpımı arasında eşitlik var mıdır? ”sorusuna cevap aradık.

Projemizin son bölümünde ise “Bu üçgenlerin açıortaylarının, kenarortaylarının ve yüksekliklerinin birer atlanarak çarpımı birbirine eşit midir?” sorusunu yanıtladık.

Elde ettiğimiz sonuçlar doğrultusunda bu sorularımızın cevaplarının “n=2k-1”olumlu ve “n=2k” için olumsuz olduğunu ispatladık.

AYKAN PERKTAŞ

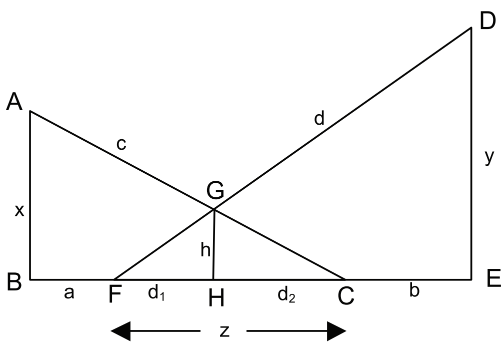
BURSA IŞIKLAR ASKERİ HAVA LİSESİ KOMUTANLIĞI
DANIŞMAN : GÖKHAN SOYDAN

İBRAHİM OZAN YILMAZLAR

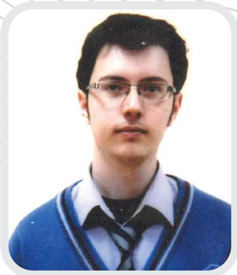
GENELLEŞTİRİLMİŞ KESİŞEN MERDİVENLER PROBLEMİ

Kesişen Merdivenler Problemi uzun yıllardır matematikçilerin ilgisini çekmiştir. Bu problem şöyle açıklanabilir: Karşılıklı iki duvara birbiriyle kesişecek şekilde yaslanmış iki merdiven düşünelim. Bu merdivenler ve duvarlar, hipotenüsleri kesişen ve taban kenarları ortak olan iki dik üçgen oluştururlar. Kenar uzunlukları tam sayı olan bu dik üçgenleri üreten formüller bilinir.

Biz de, merdivenleri karşılıklı iki duvara belirli mesafelerde yaslamak şartıyla (merdivenlerin uçları karşı duvara değme şartı olmadan) oluşacak dik üçgenlerin durumunu incelemenin ilginç olacağını düşündük. Yani kesişen merdivenler problemini genelleştirmiş olduk.



Bu projede, genelleştirilmiş kesişen merdivenler probleminin bazı pozitif tam sayı çözümlerini veren bağıntılar elde ettik.



ALPER DAĞLI

EDİRNE SÜLEYMAN DEMİREL FEN LİSESİ
DANIŞMAN : MURAT ŞAHİN

DÜZGÜN YILDIZLARIN ALANI

Düzgün çokgenleri internette araştırmam sırasında düzgün yıldızlara rastladım ve bu konuda da araştırma yapmaya başladım.

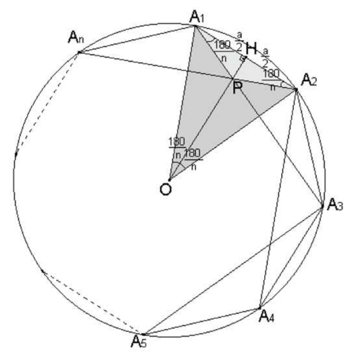
Araştırmam sırasında; düzgün yıldızın ne olduğunu, nasıl çizildiğini, hangi matematikçinin bunu bulduğunu öğrendim. Araştırdığım kaynaklarda düzgün yıldızın alanını veren bir formüle rastlamadım.

“Düzgün yıldızın alanı nasıl bulunabilir?” diye düşündüm. Yöntem olarak üçgenin alan formülünden ve trigonometrik bağıntılardan yararlandım. Sırayla n kenarlı düzgün çokgenlerin $\frac{n}{2}, \frac{n}{3}, \ldots, \frac{n}{k}$ düzgün yıldızlarının alanını veren bağıntılar elde ettim:

$$Alan\ (yıldız\ \tfrac{n}{2}) = n \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \left(\cot\frac{180}{n} - \tan\frac{180}{n}\right) \text{ dir.}$$

$$Alan\ (yıldız\ \tfrac{n}{3}) = n \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \left(\cot\frac{180}{n} - \tan\frac{360}{n}\right) \text{ dir.}$$

$$Alan\ (yıldız\ \tfrac{n}{k}) = n \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \left(\cot\frac{180}{n} - \tan\frac{(k-1)\cdot 180}{n}\right) \text{ dir.}$$



Düzgün yıldızlar tarih boyunca hep bir şeylerin simgesi haline gelmiştir. Dini simgeler olabilmelerinin yanı sıra pek çok bayrakta da kullanılmaktadır. Düzgün yıldızların sanatta da yeri vardır. Düzgün yıldızlar pek çok mimaride kullanılmış, aynı zamanda kimi kitaplara ve filmlere konu olmuştur. Da Vinci, Mona Lisa tablosunda *52* yıldızını mükemmel bir şekilde gizlemiştir.

Araştırma yapacak olan arkadaşlarıma önerim; testere ile dikdörtgenler prizması şeklindeki bir tahta parçasından küçük bir sekizyüzlü kesip çıkaralım. Sekizyüzlünün kendisi ve her yüzü için bir tane olmak üzere 8 küçük dörtyüzlü. Eğer dörtyüzlüler sekizyüzlünün yüzleri üzerine konulursa sonuç ilk defa Kepler tarafından bulunan sekiz açılı yıldızdır. Bu yıldızın yüzey alanı ve hacmi üzerine araştırma yapabilirler.


ERZURUM ÖZEL AZİZİYE FEN LİSESİ
DANIŞMAN : YÜKSEL DEMİR

İRFAN TEKDİR

MUHAMMED İKBAL ULVİ

EŞİTSİZLİK ÜZERİNE YENİ BİR ÇALIŞMA

Bilimsel basit ve elementer yöntemleri kullanarak n tane sayının k. dereceden kuvvet ortalamasına üstten sınır bulmak ve bunu çeşitli eşitsizlik sorularına uygulayarak daha kolay ve daha kısa çözümler elde etmektir.

a ve b reel sayıları veriliyor. $a \geq b \geq 0$ ve $k \in Z^+$ olmak üzere

$\sqrt[k]{a^k + b^k} \leq a + c_k . b$ eşitsizliğinin doğru olması için gerek ve yeter şart

$c_k \geq \sqrt[k]{2} - 1$ olmasıdır.

<u>İddiaanın genel hali</u>

$a_1 \geq a_2 \geq \cdots \geq a_n \geq 0$ ve $k \in Z^+$ olmak üzere

$$\sqrt[k]{{a_1}^k + {a_2}^k + \cdots + a_n^k} \leq a_1 + c_{k,1} a_2 + c_{k,2} a_3 + \cdots + c_{k,n-1} a_n$$

Eşitsizliğin doğru olması için gerek ve yeter şart m=1,2,3,…,n-1 olmak üzere

$c_{k,m} \geq \sqrt[k]{m+1} - \sqrt[k]{m}$ olmasıdır.

<u>İddiamızın karşıtı</u>

a ve b reel sayıları veriliyor. $0 \leq a \leq b$ ve $k \in Z^+$ olmak üzere

$\sqrt[k]{a^k + b^k} \geq a + c_k . b$ eşitsizliğinin doğru olması için gerek ve yeter şart

$c_k \leq \sqrt[k]{2} - 1$ olmasıdır.

İSTANBUL KULELİ ASKERİ LİSESİ KOMUTANLIĞI
DANIŞMAN : ABDULLAH TOPÇU

MERT RECEP ÇİFCİ

MURAT AKDOĞAN

ESKİ TEORİ YENİ İSPAT

Euler tarafından ortaya konan; “Bir N sayma sayısı iki farklı yolla iki kare toplamı şeklinde yazılabiliyorsa, bu sayının iki kare toplamı şeklinde olan iki çarpanı vardır.” alt önermenin ispatını; yarıçapı $r = \sqrt{N}$ merkezil çember, bölünebilme, benzerlik teoremleri, çarpanlara ayırma ve Pisagor teoreminden faydalanarak yaptık. Ayrıca iki kare toplamı şeklindeki iki çarpanı bulmanın sistematik bir yolunu da gösterdik.

İSTANBUL ŞEHREMİNİ ANADOLU LİSESİ
DANIŞMAN : MURAT BUZAT

ESRA ŞEHİTOĞLU

OYA DERTOP

RENKLERİN DİLİ

Bu projede kriptoloji hakkında araştırma yapılmıştır. Kriptolojideki yöntemler bu kez resim üzerine aktarılmıştır. Kullanılan yöntemler; şifreleme teknikleri, taban aritmetiği, modüler aritmetik ve fonksiyondur.

Bu resimlerin şifrelenmesi kriptolojiye yeni bir bakış açısı kazandırmış, daha kapsamlı bir konu imkânı sağlamıştır. Daha gizli ve güvenli bir haberleşme ortamı oluşturulmuştur.

İZMİR ÖZEL GELİŞİM KOLEJİ
DANIŞMAN : ERKAN ÖZAL

ALİ ÖZGÜR ÇETİNOK

KONURALP BAĞLIK

ÜÇGENİN ÖZEL ÇEMBERLERİNİN MERKEZLERİ İLE İLGİLİ FARKLI BİR İNCELEMESİ

Daha önce A.B.D ve HIRVATİSTAN'daki matematik olimpiyatlarında sorulmuş olan bir sorunun, farklı bir çözümüyle birlikte, problemin içinden oluşturduğumuz dört teoremi Öklid geometrisinden ve trigonometrik özelliklerden yaralanarak ispatladık. Teoremlerin ispatında incelediğimiz durumlarda oluşan tek değişkenle ifade ettiğimiz fonksiyonun, türev yardımıyla maximum ve minimum değerlerini bularak üçgenlerdeki değişimi bu foksiyonların ifade ettiği kavramlarla inceledik.

Üçgenin çevrel çemberinin merkezi ile içteğet çemberinin merkezleri arasındaki uzaklığa bağlı olarak, ikizkenarların uzunluklarını sabitleyerek düzgün çokgenleri elde edebileceğimizi gördük. Üçgendeki bazı elemanların bir reel sayıya yaklaşması durumunu limit kullanarak incelerken özel üçgenleri bulduk. Oluşan ikizkenar ve eşkenar üçgenin çevrel çember merkezini doğrusal olarak hareket ettirdiğimizde üçgende meydana gelen değişimi hem ekte gönderdiğimiz cd'deki videoda, hem de trigonometri ve türev kullanarak matematiksel yolla gösterdik.

İncelediğimiz ikizkenar üçgenin çevrel çemberinin yarıçapının çevrel çember merkezinin içteğet çemberinin merkezine olan uzaklığına oranını yine tek değişkene sahip bir fonksiyon haline getirip, bazı özel açılarda inceledik. Bu incelemelerde ALTIN ORANA ulaştık. Bu izlediğimiz yol bizi kenar sayısı sonsuza ıraksayan düzgün çokgenlere ulaştırdı. Kenarlarını sabitlediğimiz ikizkenar üçgenin eşlerini üçgenin çevrel çemberinin içine, köşeleri çember üzerinde olacak biçimde ardışık olarak sıralayıp bir düzgün çokgen çizdik. Bu çokgenin alanını, sadece bir kenarının uzunluğuna ve kenar sayısına göre formülize ettik. Köşeleri düzgün çokgeni oluşturan üçgenlerin iç teğet çemberlerinin merkezleri olan iç içe düzgün çokgenler çizdik.

Bu çokgenlerin kenarlarının bir geometrik dizi oluşturduğunu gördük ve bu iç içe olan düzgün çokgenlerin çevreleri toplamını ve alanları toplamını, bir geometrik seri oluşturdukları için tek değişkenli bir bağıntı ile hesapladık. Bulduğumuz merkez açıya bağlı benzerlik oranıyla, iç içe çizilmiş düzgün çokgenlere yükseklik kazandırarak oluşan
cismin yüzey alanını ve hacmini hesapladık. Bunların mühendislikte kullanılabileceğini düşünüyoruz.

AHMED FURKAN ÖZKALAY

İZMİR ÖZEL YAMANLAR FEN LİSESİ
DANIŞMAN : ÖMER GÜRLÜ

MUHAMMED TALHA UYAR

KÖŞELERİ KAFES NOKTASI OLAN DIŞBUKEY ÇOKGENLER ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Köşeleri kafes noktası olan dışbükey *n*-genin iç bölgesinde, en az sayıda bulunabilecek kafes noktalarının sayısını ve bu sayı ile *n* arasında bir bağıntının varlığını araştırarak, elde edilen bağıntıların doğruluğunun ispatlanması.

Matematik olimpiyatlarına hazırlanırken, Antalya matematik olimpiyatlarında kafes noktası ile ilgili bir soru dikkatimiz çeken bir soru üzerine bu konu üzerinde çalışmaya karar verdik. Bu çalışmamızda, önceden bilinen bağıntı ve kuralları teorem ve tanımlardan sonra aşağıdaki sonuçlara ulaştık.

Kafes Çokgen: Köşeleri kafes noktası olan konveks çokgene ***kafes çokgen,***

v(K): *K* kafes çokgeninin kenar sayısı

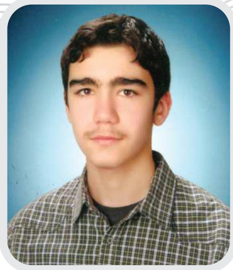
g(n): *n* kenarlı bir kafes çokgenin iç bölgesinde bulunabilecek minimum kafes nokta sayısı,

İç Kafes Çokgen: K köşeleri kafes nokta olan bir konveks çokgen olsun. K çokgeninin iç bölgesindeki bütün kafes noktaları kapsayan en küçük konveks çokgene ***iç kafes çokgen*** şeklinde adlandıracağız ve ***H(K)*** şeklinde gösterdik .

Süper Kafes Çokgen: K kafes çokgeninin üstünde köşe noktaları dışında kafes nokta bulunmuyorsa bu çokgene ***süper kafes çokgen*** diyelim.

Süper Paralelkenar: Bir paralelkenarın köşe noktaları ve köşegenlerinin keşimi kafes nokta ise bu paralelkenara ***süper paralelkenar*** diyelim.

Bir kafes çokgenin ‘iç kafes çokgeninin’ bir kenarının üzerinde bulunduğu doğru düzlemi ikiye ayırır. Bunlardan ikisi birden K çokgeninin 2’den fazla köşesini içeremez.
a) g(v) fonksiyonu monotondur.
b) $v \geq 5$ olmak üzere $g(v+2) \geq g(v) + 2$ dir.
c) $n \geq 4$ olmak üzere $g(2n-1) \geq 2n-4$ ve $g(2n) \geq 2n-4$ dir.
i) K, v köşeli bir kafes çokgen olsun. *H* ise bu çokgenin iç kafes çokgeni olsun. Eğer *K* , $g(K) \leq g(v) + 1$ şartını sağlıyorsa *H*’nin bütün kenarlarının uzantısı *K* çokgeninin bir köşesinden geçer.
ii) $v \geq 3$ olmak üzere herhangi bir *v* için; *v* kenarlı ve $g(K) = g(v)$ olan bir süper kafes çokgen mutlaka vardır.
Herhangi 4 noktası süper paralelkenar oluşturmayan ve köşe noktaları kafes nokta olan konveks bir $A_1A_2A_3A_4A_5 \ldots A_n$ n-geninin A_1A_3, A_2A_4, A_3A_5, … , $A_{n-1}A_1$ ve A_nA_2 köşegenleri çizildiğinde içerde oluşan n-genin içinde en az $n-4$ kafes nokta bulunur.



KAYSERİ ÖZEL KILIÇASLAN FEN LİSESİ
DANIŞMAN : ASIM TAŞ

MEHMET ZAHİT ARSLAN

SELAHATTİN EYYUB KELEŞTEMUR

ARDIŞIK SIFIR İÇERMEME PROBLEMİ

Bu çalışmada amaç, belirli rakamlardan oluşan ve belirli uzunluktaki dizilerden(string) ardışık 0 çifti içermeyen dizilerin sayısını bulmak ve dizilerin uzunluklarının değişimiyle dizi sayısı arasındaki ilişkiyi incelemektir. Yöntem olarak elde edilen verilerden genellemelere gitme ve tümevarım kullanılmıştır. Elde ettiğimiz genellemelerle, "0, 1, 2… ve a 'lardan oluşan n uzunluğundaki dizilerden kaç tanesi ardışık 0'lar içermez? (a bir rakam)" sorusunun cevabı

$$a^n \cdot C(n+1,0) + a^{n-1} \cdot C(n,1) + a^{n-2} \cdot C(n-1,2) + \cdots + a^{n-k} \cdot C(n-k+1,k)$$

şeklinde elde edilmiştir. (Burada $k = \left[\!\left[\frac{n}{2}\right]\!\right]$). Diğer taraftan, n'ye 1'den başlayarak değerler verdiğimizde homojen yineleme(recurrence) bağıntıları elde edilmiştir. Bu bağıntının genellenmiş hali

$$\boldsymbol{D_n = \left(\frac{1}{2} + \frac{a+2}{2\sqrt{a^2+4a}}\right) \cdot \left(\frac{a+\sqrt{a^2+4a}}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2} - \frac{a+2}{2\sqrt{a^2+4a}}\right) \cdot \left(\frac{a-\sqrt{a^2+4a}}{2}\right)^n}$$

olarak bulunmuştur. Ayrıca burada a yerine 1 aldığımızda Fibonacci dizisinin terimleri elde edilmiştir.
Ardışık terimler arasındaki limit değeri ise,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\boldsymbol{D_{n+1}}}{\boldsymbol{D_n}} = \frac{\boldsymbol{a+\sqrt{a^2+4a}}}{\boldsymbol{2}}$$

olarak bulunmuştur.

CAN BERK
ÇEVİK

KIRKLARELİ DÜVENCİLER ANADOLU LİSESİ
DANIŞMAN : ZELİHA ERPEHLİVAN

RONAİ DEVRİM
BASUT

DOĞRU VE DÜZLEMLERİN BİRBİRLERİNE GÖRE DURUMLARININ MODELLENMESİ

Geometri öğretmenimiz doğru ve düzlemlerin birbirine göre durumları konusunu anlatırken sınıfın ayrıtlarının doğrulara , sınıfın duvarlarının düzlemlere örnek olabileceğini anlattı. Defterimizin sayfaları yardımıyla düzlemleri kesiştirmeye çalıştık.Öğretmenimiz sınıfa bu konuyu daha kolay nasıl anlatabilirdi? Sorusunun cevabını düşündük.

AHMET ÖZMEN

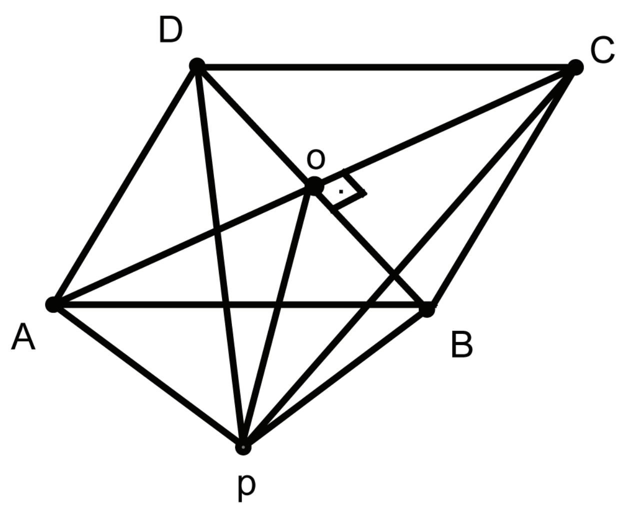
MARDİN ÖZEL SAFİYE - BEŞİR ATAK LİSESİ

MUHAMMED YUSUF BADAY

P NOKTASINA FARKLI BİR BOYUT

Bir dörtgenin içindeki veya dışındaki hareketli bir dörtgenin köşelerine olan uzaklıklarının kareleri toplamı neye eşit olduğunu kenarortay yöntemi ve kosinüs teoremini kullanarak bulmaya çalıştık.

Sonuç olarak : Bu noktanın dörtgenin köşelerine olan uzaklıklarının kareleri toplamının, bu noktanın köşegenlerin kesim noktasına olan uzaklığının karesinin dört katı ile dörtgenin farklı olan iki kenarının karesinin toplamına eşit olduğunu bulduk.



$$|PA|^2 + |PD|^2 + |PB|^2 + |PC|^2 = 4|OP|^2 + |BC|^2 + |AB|^2$$

ORDU BİLİM VE SANAT MERKEZİ
DANIŞMAN : BARIŞ ARSLAN

MURAT FURKAN MEYDAN

TEVFİK TAHA UNAT

IZGARA PROBLEMLERİ

Bu projede bazı sayma problemleri (belirli özellikleri içeren sonlu kümelerin elemanlarını saymak) üzerinde çalıştık.Bu konuyla ilgili üç tane ızgara problemini ele aldık;
I.PROBLEM: n pozitif bir tam sayı olmak üzere n x n boyutunda bir ızgarada (0,0) noktasından başlayarak kuzeye , doğuya veya kuzeydoğuya giderek, (n,n) noktasına kaç değişik yoldan ulaşabiliriz?
II. PROBLEM: Birinci problemde tanımladığımız yollardan kaç tanesi y = x doğrusunun altında kalır (köşegen dahil) ?
III.PROBLEM: n pozitif bir tam sayı olmak üzere n x n boyutunda bir ızgarada (0,0) noktasından başlayarak kuzeye veya doğuya giderek (n,n) noktasına giden yollardan kaç tanesi, yolun iki tarafında kalan alanlar farkı en çok 1 br2 olacak şekilde böler?
Birinci ve ikinci problemlerde yolların sayısını tekrarlı permütasyon kullanarak toplam sembolü ile aşağıdaki gibi ifade ettik:

$$\sum_{k=0}^{n}\binom{2n-k}{n-k,\,n-k,\,k} = \sum_{k=0}^{n}\frac{(2n-k)!}{(n-k)!\,(n-k)!\,k!} \qquad (1)$$

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{(2n-k)!}{k!\,(n-k)!\,(n-k+1)!} \qquad (2)$$

Üçüncü problemdeki yolların sayısını Bn ile gösterelim. P(j, k, n) ; n'nin en çok k parçadan oluşan ve j den küçük eşit sayılar kullanılarak yazıldığı parçalanışların sayısı olmak üzere,
n çift sayı ise ,

n tek sayı ise ,

$$B_n = P\left(n , n , \frac{n^2}{2} \right)$$

Bu problem için kapalı bir formül bulamadık fakat istediğimiz tipteki yolların sayısını, bir doğal sayının parçalanışları cinsinden ifade ettik ve Bn ile Bn-1 arasındaki bağıntıyı bulduk. Ayrıca n= 8 değerine kadar olan küçük n değerleri için yolların sayısını hesapladık.

$$B_n = P\left(n, n, \frac{n^2+1}{2} \right) + P\left(n, n, \frac{n^2-1}{2} \right)$$

MÜCAHİT ÖZDEN

SAMSUN GARİP ZEYCAN YILDIRIM FEN LİSESİ
DANIŞMAN : UĞUR ŞAHİN

OĞUZHAN DEĞRİ

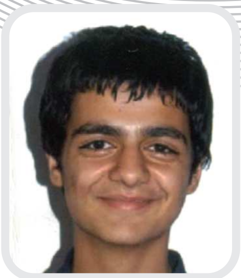
KARENİN SEKİZ NOKTA ÇEMBERİ

Üçgende ‘9 Nokta Çemberi’ incelendi ve karede benzer üçgenler arandı. Karede iç teğet ve çevrel çember yardımıyla karenin alanı bilinmektedir. Bundan dolayı daha genel ifade arandı.

Merkezi karenin ağırlık merkezinde olan ‘r’ yarıçaplı çember karenin kenarlarını kessin. Kestiği noktalara yarıçaplar indirdiğimizde iki yarıçap arasında kalan açılardan köşeye bakan merkez açılarından birinin ölçüsü ‘ α ’ olsun. Bu projenin amacı karenin alanını ‘r’ ve ‘ α ’ değerlerine bağlı olarak bulmaktır.
Pisagor Teoremi, Kosinüs Teoremi ve Sinüs Alan Teoremini kullanarak

$$A(ABCD) = 2r^2(1+\text{Sin}\alpha)$$

ifadesini elde ettik.
Bu proje, bazı mühendislik hesaplamalarında, mimarlıkta ve bazı geometrik hesaplamalarda kolaylıkla kullanılabilir.



ENES KOŞAR

TOKAT BİLİM VE SANAT MERKEZİ
DANIŞMAN : ERDOĞAN ÇAĞLAR

ÜÇ BOYUTLU AÇI

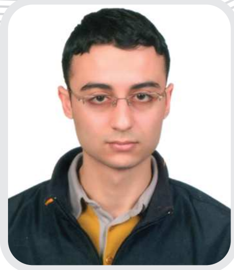
Projemizin amacı 3 boyutlu açıyı bulmaktı. Biz de 3. boyutta bir açı tanımı yapabilmek için 2. boyuttaki açıyı iyi incelememiz gerektiğini düşündük.

Ayrıca 3. boyutta açı 2. boyuttaki açıyı oluşturan parçaların 1 boyut üstünü kullanarak bulunabilirdi. İlkönce 2. boyutta açının tanımıyla başladık. 2. boyutta açı başlangıç noktaları aynı olan 2 ışın arasında kalan bölgeyi ölçmeyi amaçlıyordu. 2. boyutta aradaki bu bölge 2 boyutluydu, o halde 3 boyutlu açıda aradaki bölge 3 boyutlu olmalıydı.

Bunun için 3. boyutta açı başlangıç noktaları aynı olan 3,4 ya da daha fazla ışının arasında kalan bölgeyi ölçmeliydi. Peki, bu ölçü nasıl olacaktı. 2. boyutta açıya baktığımızda bu 2 ışını bir çemberin merkezine yerleştirdiğimizde, çemberi kestiği noktalar çember üzerinden birleştirildiğinde oluşan yayın uzunluğunun çemberin çevre uzunluğuyla kıyası sonucu bir açı ölçümü yapılıyordu.

O halde 3 boyutlu açı çemberin bir anlamda bir üst boyutu olan kürede ölçülmeliydi. Bu 3 ya da daha fazla ışını küreye koyduğumuzda yüzeydeki noktaları küre üzerinden en kısa yolla birleştirdiğimizde (en kısa yoldan sadece 1 şekilde birleştirilebilir) küre yüzeyinde oluşan alanın kürenin yüzey alanına oranı da bize 3 boyutlu açının ölçüsünü verecektir.

Yapmış olduğumuz 3 boyutlu açı tanımı kısaca bu şekilde özetlenebilir. Ancak projemiz sadece 3 boyutlu açının tanımı ile sınırlı olmayıp 3. boyutlu açının koordinatta incelenmesi, 3 boyutlu açı türleri, insan hayatında kullanılabileceği durumlar ve buna benzer birkaç tane daha farklı bölümden oluşmaktadır.



VAN ÖZEL SERHAT FEN LİSESİ
DANIŞMAN : ALİ KIDAK

KADRİ TURUNÇ

POLATKAN POLAT

EĞRİLİKTE BULDUĞUMUZ FORMÜL VE BU FORMÜLÜN UYGULAMALARI

Matematikte bildiğimiz birçok fonksiyon grafiği vardır. Bunlardan bazıları doğru şeklinde iken, çoğunluğu bir eğri şeklindedir. İki farklı eğrinin grafiği karşılaştırıldığında eğriliklerinin farklı olduğu görülür. Hatta bir fonksiyon eğrisinin grafiğine bakıldığında o fonksiyonun bazı noktalarda çok, bazı noktalarda ise daha az eğri olduğu görülür. Meselâ, bir parabolün grafiğine bakıldığında parabolün en eğri yerinin tepe noktası olduğu görülebilir.

Peki bir eğri ne kadar eğridir? O eğrinin eğrilik merkezi neresidir? İşte bu gibi soruların cevabını ararken yeni bir formül elde ettik. Fizikten, eğrisel bir yörünge izleyen cisme bir merkezkaç kuvveti etkiyeceğini biliyoruz. İşte bulduğumuz bu formülü merkezkaç kuvvetini hesaplamada kullanabiliyoruz. Dünya'nın da Güneş etrafında eğrisel bir yörünge izlediğini düşünürsek bulduğumuz bu formülle birçok cismin hareketi açıklanabilir. Ayrıca çalışmalarımıza devam edince bu formülün bir cisme sarılan bir ipin izlediği yörüngeyi açıklamada kullanılabileceğini gördük ve bunları örnekler üzerinde açıklamaya çalıştık.

ESRA EVCİ

YOZGAT ANADOLU LİSESİ
DANIŞMAN : FATMA ZEHRA KARACA

12. SINIF MATEMATİK DERSİ KONULARINDA TÜREV KONUSUNA ETKİ EDEN BAZI MATEMATİKSEL KAVRAMLARIN ANALİTİK HİYERARŞİ PROSESİ (AHP) İLE ANALİZİ

Bu çalışmanın konusu, türev konusuna etki eden matematiksel kavramların 12.sınıf öğrencilerinin görüşleri bakımından Analitik Hiyerarşi Prosesi Metodu ile önem derecelerinin bulunmasıdır. Bu önem derecelerinin tespit edilmesindeki amaç, ön şart ilişkilerinin yüksek olduğu matematik dersinde, öğretmenin konuyu öğrencilerine anlatmadan önce vermesi gereken alt kavramları belirlemektir. Ayrıca ortaöğretim 9,10 ve 11.sınıfında okuyan öğrencilerin türev konusuna etki eden matematiksel kavramların önem derecelerine göre bilgilendirilmesi bu öğrencilerin 12.sınıfa geldiklerinde kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu çalışmada Türev konusuna etki eden faktörlerin önem dereceleri Analitik Hiyerarşi Proses metodu (AHP) yöntemiyle tespit edilmiş ve sonuçların güvenilirliği yine AHP metodu ile test edilmiştir. Bu test neticesinde elde edilen her bir sonucun tutarlılığı görülmüştür.