TÜBİTAK

TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEKLEME DAİRE BAŞKANLIĞI

20. ORTAOKUL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2015
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

Soru kitapçığı türü
A

16 Haziran 2015 Salı, 09.30 - 12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 adet sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürecektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (**http://www.tubitak.gov.tr**) yayınlandıktan sonra 10 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir; bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ortaokul Matematik Olimpiyatı – 2015 Birinci Aşama Sınavında sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat komitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyarmak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

B a ş a r ı l a r   D i l e r i z

1. Bir ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$ ve $s(\widehat{A}) = 80$ derecedir. Bu üçgenin B açısının iç açıortayı ile C açısının dış açıortayı D noktasında kesişmektedirler. $s(\widehat{ADC})$ kaç derecedir?

a) 50 b) 60 c) 65 d) 80 e) 100

2. Bir grup çocuk, içinde kırmızı ve beyaz şekerler bulunan bir torbadaki kırmızı şekerlerin $\frac{4}{11}$ ini ve beyaz şekerlerin $\frac{11}{17}$ sini yedikten sonra torbada her iki renkten eşit sayıda şeker kaldıysa, yenilen beyaz şekerlerin sayısı ile yenilen kırmızı şekerlerin sayısı arasındaki fark en az kaç olabilir?

a) 47 b) 53 c) 61 d) 75 e) 82

3. Bir pozitif tam sayıdan rakamları toplamı çıkarıldığında, bu sayının rakamları çarpımı elde ediliyorsa bu sayıya *iyi sayı* diyelim. Kaç iyi sayı vardır?

a) 1 b) 5 c) 9 d) 13 e) 20

4. Bir kutuda başlangıçta 10 kırmızı, 15 mavi, 20 yeşil ve 25 siyah top bulunuyor. Her hamlede 3 farklı renkli top seçilip kutudan çıkarılıyorsa, yapılabilecek hamle sayısı en fazla kaç olabilir?

a) 19 b) 20 c) 21 d) 22 e) 23

5. Bir dışbükey çokgenin iç açılarının derece ile ölçülmüş değerleri birbirlerinden farklı tam sayılardır. Bu çokgenin 3 tane iç açısı sırasıyla 55, 65 ve 75 derece olduğuna göre bu çokgenin en fazla kaç kenarı olabilir?

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

6. A ve B birer rakam olmak üzere, on tabanına göre yazılımı $2015AB$ olan sayı 71 ile tam bölünüyorsa, $A + B$ kaçtır?

a) 9 b) 11 c) 13 d) 15 e) 17

7. İki kavanozdan birinde 2, diğerinde 5 litre şekerli su bulunuyor. Her iki kavanozdan aynı anda t'şer litre şekerli su alınıp yer değiştiriliyor. Bu işlem sonucunda kavanozlardaki, başlangıçta farklı olan şeker oranları eşitlendiyse, t kaçtır?

a) $\dfrac{10}{7}$ b) $\dfrac{9}{5}$ c) $\dfrac{3}{10}$ d) $\dfrac{3}{7}$ e) $\dfrac{13}{10}$

8. $1, 2, \ldots, 20$ sayıları ile numaralandırılmış 20 top başlangıçta rastgele dizilmiştir. Her işlemde aralarında en az l adet top bulunan iki topun yerlerini değiştirerek birkaç işlem sonucunda topları numaralarına göre artan sırada dizebiliyorsak, l nin alabileceği en büyük değer nedir?

a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

9. Köşeleri, alanı 4 olan bir $ABCD$ dışbükey dörtgeninin kenarları üzerinde ve kenarları da AC ve BD köşegenlerine paralel olan bir paralelkenarın alanı en çok kaç olabilir?

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 2 d) $2\sqrt{2}$ e) 3

10. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $2014n^2 + 2018n + 2015$ sayısının birler basamağındaki rakamın alabileceği kaç farklı değer vardır?

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

11. $6^x - 3(3^x + 2^x) - 3^x + 12 = 0$ denklemini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

12. $1, 2, \ldots, 100$ sayıları tahtaya, her biri 10 eleman içeren 10 gruba ayrılarak yazılmıştır. Önce her grubun en küçük 2 elemanı ve daha sonra da kalan 80 sayının en küçük 10 tanesi siliniyor. Tahtada kalan 70 sayının en küçüğü en az kaç olabilir?

a) 13 b) 14 c) 15 d) 16 e) 17

13. Bir ABC üçgeninde iç açıortayların kesişme noktası I dır. I noktasından geçen ve BC ye paralel olan doğru AB ve AC kenarlarını sırasıyla K ve L noktalarında kesmektedir. $|AB| = 9, |AC| = 15, |BC| = 8$ olduğuna göre $|KB|$ kaçtır?

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{9}{5}$ c) 2 d) $\frac{9}{4}$ e) 3

14. Pozitif tam sayılardan oluşan bir kümede, herhangi iki elemanın 1 den büyük bir ortak böleni vardır, fakat herhangi üç elemanın 1 den büyük ortak böleni yoktur. 2015 sayısı bu kümede bulunuyorsa, bu küme en çok kaç elemanlı olabilir?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

15. Evden okula bisikletle giden Ali, yolun ilk yarısını a, ikinci yarısını da b hızıyla giderek bu yolu 23 dakikada tamamlayabiliyor. Dönüşte de aynı yolu kullanan Ali, 10 dakika a, 10 dakika da b hızıyla giderek evine varabiliyor. Buna göre, $\frac{a}{b}$ nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

a) $\frac{33}{20}$ b) $\frac{28}{13}$ c) $\frac{23}{10}$ d) $\frac{13}{5}$ e) $\frac{23}{7}$

16. Yan yana dizili 6 adet kartın her birinin üzerine mutlak değeri 3 ten küçük olan bir tam sayı yazılacaktır. Yazılan sayıların çarpımı 1 den büyük olmak koşuluyla, bu işlem kaç farklı şekilde yapılabilir?

a) 1024 b) 2016 c) 3192 d) 4030 e) Hiçbiri

17. Köşegenleri P noktasında kesişen bir $ABCD$ dışbükey dörtgeninde $|AB| = 3, |BC| = 13, |CD| = 22, |DA| = 18$ olduğuna göre P noktasının, bu dörtgenin kenarlarının orta noktalarına olan uzaklıkları toplamı nedir?

a) 24 b) 26 c) 28 d) 30 e) 32

18. Kaç farklı m pozitif tam sayısı için, $n^2 + 3$ ve $(n + 2)^2 + 2$ sayılarının her ikisini de m nin katı yapan bir n tam sayısı bulunabilir?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

19. Kaç farklı c gerçel sayısı için $2x^2 + y^2 + 1 = cx(y + 1)$ denklemini sağlayan tam olarak bir (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

20. Sonsuz bir satranç tahtasının 2015 adet birim karesi kırmızıya, geriye kalanlar ise beyaza boyanmıştır. Ortak kenara sahip olup farklı renklere boyanmış olan birim kare ikililerinin sayısı en az kaç olabilir?

a) 176 b) 180 c) 184 d) 188 e) 192

21. O_1 ve O_2 merkezli iki çember A ve B noktalarında kesişmektedirler. B noktasından geçen bir doğru çemberleri sırasıyla C ve D noktalarında kesmektedir. $|CB| = |BD|$, $s(\widehat{CAD}) = 90°$ ve O_1 ve O_2 merkezli çemberlerin yarıçapları sırasıyla 3 ve 4 olduğuna göre $|O_1O_2|$ kaçtır?

a) 3 b) $2\sqrt{3}$ c) $\dfrac{7}{2}$ d) 4 e) Hiçbiri

22. $1 + 7 + \ldots + 7^n$ sayısının 60 ile tam bölünmesini sağlayan en küçük n doğal sayısı kaçtır?

a) 5 b) 11 c) 17 d) 19 e) 23

23. $xy + yz + zx = 1$ ve $x, y, z \geq 0$ koşullarını sağlayan her (x, y, z) gerçel sayı üçlüsü

$$1 + \frac{z}{x+y} \geq K(1 + z^2)$$

eşitsizliğini de sağlıyorsa, K gerçel sayısının alabileceği en büyük değer nedir?

a) 0 b) 1 c) $\dfrac{9}{8}$ d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ e) Hiçbiri

24. Aslı her hamlede, başlangıçta beyaz renge boyalı 10×10 satranç tahtasının bir beyaz birim karesini seçip kırmızıya boyuyor ve bu kareye bu kareyle ortak kenar paylaşan beyaz birim kare sayısını yazıyor. 100 işlem sonucunda tahtadaki sayıların toplamı en az kaç olabilir?

a) 172 b) 182 c) 186 d) 190 e) Hiçbiri

25. Bir ABC üçgeninde $|AC| = |AB| = 25$ ve $|BC| = 40$ tır. $[BC]$ nin orta noktası D, B den AC ye çizilen dikmenin ayağı ise E dir. Buna göre, D den geçen ve AC doğrusuna E de teğet olan çemberin çapı kaçtır?

a) $\frac{100}{3}$ b) 36 c) $\frac{112}{3}$ d) 38 e) Hiçbiri

26. a, b, c tam sayılar olmak üzere, $3a^3 + 5b^3 - 7c^3$ ifadesi 8, 14, 27, 30 değerlerinden kaçına eşit olabilir?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

27. a ve b gerçel sayılar olmak üzere, $5(a^2 + b^2) - 8ab - 6a$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

a) -7 b) -6 c) -5 d) -4 e) -3

28. $1, 2, \ldots, 20$ sayılarının her biri kırmızı ve mavi renklerden birine, her $k = 1, 2, \ldots, a$ için farkları k olan iki kırmızı ve iki mavi sayı bulunacak biçimde boyanabiliyorsa, a nın alabileceği en büyük değer nedir?

a) 14 b) 15 c) 16 d) 17 e) 18

29. Bir ω çemberine bu çemberin dış bölgesinde yer alan bir A noktasından çizilen bir teğetin değme noktası B dir. A noktasından geçen bir doğru ω çemberini sırasıyla C ve D noktalarında kesiyor. D den geçen ve AB doğrusuna paralel olan doğru ω yı ikinci kez AD doğrusuna göre B ile farklı tarafta kalan bir E noktasında kesiyor. BC ile AE doğruları F noktasında kesişiyor. Buna göre $\dfrac{|AC|}{|BC|} = 2$ ise $\dfrac{|AF|}{|FE|}$ kaçtır?

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 2 d) $2\sqrt{2}$ e) 4

30. k bir pozitif tam sayı olmak üzere, her a tam sayısı için $2^{n_1}+2^{n_2}+\ldots+2^{n_k} \equiv a \pmod{20}$ olacak biçimde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ negatif olmayan tam sayıları bulunabiliyorsa, k nin alabileceği en küçük değer nedir?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

31. x, y, z gerçel sayıları, $x + y + z = 1$ ve $xyz = xy + yz + zx$ koşullarını sağlıyorsa, $(x + yz)(y + zx)(z + xy)$ ifadesi $0, 1, 2, 5$ sayılarından kaçına eşit olabilir?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

32. Başlangıçta, tahtaya 1 ve 2 sayıları yazılmıştır. Aslı ve Burak sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar ve sırası gelen oyuncu tahtadaki sayılardan istediği birinin rakamları toplamını tahtadaki sayılardan istediği birine ekliyor. Tahtaya N den büyük olan bir sayıyı ilk defa yazan oyuncu oyunu kazanıyor. Oyuna Aslı başlamak üzere bu oyun, $N = 2013, 2014, 2015, 2016$ ve 2017 değerleri için birer kez oynanırsa, Aslı kaç kez oyunu kazanmayı garantileyebilir?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5