

TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU

15. Ulusal İlköğretim Matematik Olimpiyatı

İkinci Aşama Sınavı

27 Kasım 2010

1. $ABCD$ dikdörtgeninin A köşesinden geçen bir çember $[AB]$ kenarını köşelerden farklı bir E noktasında kesiyor. B den geçen ve bu çembere teğet olan bir doğrunun değme noktası T olmak üzere, merkezi B olan ve T den geçen çember de $[BC]$ yi F noktasında kesiyor. $s(\widehat{CDF}) = s(\widehat{BFE})$ ise, $s(\widehat{EDF}) = s(\widehat{CDF})$ olduğunu gösteriniz.

2. $(n + 15)(n + 2010)$ sayısının tam kare olmasını sağlayan kaç n pozitif tam sayısı bulunduğunu belirleyiniz.

3. Bir sınavdaki her soruyu tam olarak dört öğrenci, her soru ikilisini de tam olarak bir öğrenci çözmüştür. Hiçbir öğrenci tüm soruları çözmediyse, bu sınavda en çok kaç soru bulunabileceğini belirleyiniz.

4. Tüm a, b pozitif gerçel sayıları için,

$$a^2b^2(a^2 + b^2 - 2) \geq (a + b)(ab - 1)$$

olduğunu kanıtlayınız.

*Sınav süresi 4 1/2 saattir.
Her soru 7 puan değerindedir.*