



BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI

**25. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2017
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI**

Soru Kitapçığı Türü

A

13 Mayıs 2017 Cumartesi, 09.30 - 12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 adet sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayınlandıktan sonra 10 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, İstanbul Üniversitesi'ne başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Matematik Olimpiyatı –Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve İstanbul Üniversitesi sorumlu tutulamaz. İstanbul Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyararak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar Dileriz

1. 210^9 doğal sayısının pozitif bölenlerinin kaç tanesi 4, 9, 25, 49 doğal sayılarından en az ikisine tam bölünür?

A) 9984 B) 9744 C) 9728 D) 9648 E) 9216

2. $x, y \geq -2017$ olmak üzere, $\frac{x}{x-y+2017} - \frac{y}{x-y-2017} = 1$ denklemini sağlayan kaç farklı (x, y) tam sayı ikilileri vardır?

A) 4033 B) 4034 C) 6051 D) 6052 E) 8068

3. Tepe açısı $\angle A = 100^\circ$ olan ABC ikizkenar üçgeninde \hat{C} açısının açıortayı AB kenarını D noktasında kesiyor. $|AD| = x$, $|DC| = y$ ise $|BC|$ 'nin x ve y cinsinden değeri hangisidir?

A) $x + 2y \cos 40^\circ$ B) $y + 2x \cos 20^\circ$ C) $y + 2x$ D) $3x - y$ E) $x + y$

4. Beş basamaklı bir sayının birler ve onlar basamağı silindiğinde tam kare olan üç basamaklı bir sayı elde edilmektedir, ayrıca bu sayının binler ve on binler basamağı silindiğinde de tam kare olan üç basamaklı bir sayı elde edilmektedir. Bu özelliklere sahip kaç farklı beş basamaklı doğal sayı vardır?

A) 52 B) 54 C) 57 D) 58 E) 60

- A) 8400 B) 8449 C) 8456 D) 9114 E) 9149

- A) $x^3 - x - 1 = 0$ B) $x^3 - x^2 + 1 = 0$ C) $x^3 - x^2 - x - 1 = 0$
D) $x^3 - x + 1 = 0$ E) $x^3 - x^2 - 1 = 0$

- A) $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$ B) $\sqrt{4+\sqrt{3}}$ C) $\sqrt{6+\sqrt{3}}$ D) $2\sqrt{1+\sqrt{3}}$ E) $\sqrt{2+2\sqrt{3}}$

- A) 2016 B) 2017 C) 4030 D) 4031 E) 6053

9. İçi dolu bir küre, merkezinden geçen 100 düzlem ile en fazla kaç parçaya bölünür?

- A) $2^{100} - 2$ B) 9898 C) $2^{198} + 2$ D) $3^{100} + 2$ E) 9902

10.
$$\left. \begin{array}{l} x - 2y + xy = 1 + \sqrt{10} \\ x^2 + 4y^2 = 13 \end{array} \right\} \text{ ise } |x - 2y - 2| = ?$$

- A) $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$ B) $\sqrt{10} - 1$ C) $\sqrt{-2 + \sqrt{10}}$ D) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ E) $-3 + \sqrt{10}$

11. $ABCD$ dışbükey dörtgeninde ABD , tepe açısı $\hat{A} = 60 + 2x$ olan ikizkenar bir üçgendir. $s(\hat{BAC}) = s(\hat{BCA}) = x$ ise $s(\hat{DCA}) = ?$

- A) 30 B) $30 + x$ C) $30 - x$ D) $30 - 2x$ E) 25

12. n pozitif bir tam sayı olsun.

$$x + y = n$$

$$xy = n + 65$$

sisteminin (x, y) gerçel çözümlerinin olması için n 'nin en küçük değeri kaçtır?

- A) 21 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

13. $\sum_{k+l=0}^{97} \binom{100}{k} \binom{100-k}{l} \binom{100-k-l}{97-k-l} = ?$

- A) $3^{100} \cdot 53900$ B) $3^{97} \cdot 107800$ C) $3^{105} \cdot 10780$
D) $3^{100} \cdot 107800$ E) $3^{98} \cdot 53900$

14. x, y, z, w, v negatif olmayan tam sayılardır.

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 + v^2 = 40$$

denklemini gerçekleyen tüm (x, y, z, w, v) tam sayı beşlilerinin sayısı kaçtır?

- A) 56 B) 66 C) 112 D) 120 E) 122

15. Düzlemde $A(1,0)$, $B(5,2)$ noktaları veriliyor. $y = x + 2$ doğrusu üzerinde,

$|AC|^2 + |CB|^2$ minimum olmasını sağlayan bir C noktası alınıyor.

Bu durumda $|AC|^2 + |CB|^2 = ?$

- A) 26 B) $\frac{425}{16}$ C) $\frac{53}{2}$ D) $\frac{105}{4}$ E) 25

16. p bir tek asal sayı olmak üzere, $\sqrt{x(x-p^2)}$ sayısının bir tam sayı olmasını sağlayan x pozitif tam sayılarından en büyüğü ile en küçüğü arasındaki fark aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{p^2+1}{4}$ B) $\frac{p^4+1}{4}$ C) $\left(\frac{p^2+1}{2}\right)^2$ D) $\left(\frac{p^2-1}{2}\right)^2$ E) $\frac{(p^2+1)(p^2-p+1)}{4}$

17. KARPUZ kelimesinin harfleri ile yazılabilecek olan tüm kelimelerin kaç tanesinde ya K, A'dan önce, ya da R, A'den sonra, ya da R, P'den öncedir? (Burada önce ya da sonra ifadeleri yan yana olmaları gerektiği anlamına gelmez)

A) 696 B) 690 C) 660 D) 600 E) 580

18. $n = 1, 2, 3, \dots$ doğal sayıları için $a_n = 2 - \frac{1}{n^2 - \sqrt{n^4 + \frac{1}{4}}}$ ise

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{2}{\sqrt{a_2}} + \frac{3}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{19}{\sqrt{a_{19}}} + \frac{20}{\sqrt{a_{20}}} = ?$$

A) $\frac{\sqrt{761}+1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{761}-1}{4}$ C) 20 D) 19 E) 7

19. Bir kenarı 12 olan $ABCD$ karesinde $|AE|=3$, $|AF|=4$ olacak şekilde AB ve AD kenarları üzerinde sırasıyla E ve F noktaları alınıyor. Kare içinde bir tabanı EF ve diğer tabanın köşeleri BC ve DC kenarları üzerinde olan maksimum alana sahip yamuğun alanı kaçtır?

A) 76 B) 74 C) $\frac{147}{2}$ D) 73 E) $\frac{145}{2}$

20. $\sum_{n=1}^{30} n^{61} \equiv x \pmod{31^2}$ ise $x = ?$

A) 404 B) 434 C) 465 D) 496 E) 527

21. 1, 2, 3, 3, 5, 5, 8, 8 rakamlarını kullanarak aynı olan rakamlar yan yana olmayacak şekilde oluşturulabilen beş basamaklı kaç farklı şifre vardır?

A) 980 B) 840 C) 720 D) 660 E) 580

22. $f(0) = \frac{2}{3}$ ve $n = 1, 2, 3, \dots$ için $f(n) \neq 0$ ve $(f(n+1)-1)(f(n)+3)+3=0$

olduğuna göre $\frac{1}{f(0)} + \frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(2016)} + \frac{1}{f(2017)} = ?$

A) $3^{2018} - 1010$ B) $3^{2017} - 1009$ C) $2 \cdot 3^{2018} - 1009$
D) $2 \cdot (3^{2017} - 505)$ E) $2 \cdot 3^{2017} - 1009$

23. $|AB| = |AC|$ ve $\tan B = \frac{5}{12}$ olan ABC üçgeni veriliyor. Yarıçapı 1 olan bir çember AB ve AC kenarlarına sırasıyla K ve L noktalarında teğet olup BC kenarını P ve Q noktalarında kesmektedir. P , B ile Q arasında ve $|BK| = \frac{12}{5}$ ise BQK üçgeninin alanı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{8}{5}$ C) $\frac{108}{65}$ D) $\frac{25}{13}$ E) $\frac{144}{65}$

24. $n^2 - 1$, üç farklı asal sayının çarpımı şeklinde yazılabilen bir doğal sayıdır. Bu özelliği gerçekleyen en küçük birbirinden farklı ilk beş n sayısının toplamı kaçtır?

A) 104 B) 110 C) 116 D) 124 E) 144

25. Ali 7 arkadaşını bir hafta boyunca haftanın her günü 3'lü gruplar şeklinde akşam yemeğine davet etmektedir. Arkadaşlarından herhangi ikisi sadece bir akşam bir arada olmaları koşuluyla Ali, bu daveti kaç farklı şekilde gerçekler?

A) $15 \cdot 7!$ B) $30 \cdot 7!$ C) $35 \cdot 7!$ D) $42 \cdot 7!$ E) $60 \cdot 7!$

26. $f(x) = x^3 - 12x^2 + Ax + B$, gerçel sayılarda tanımlı artan bir fonksiyon olsun.

$$(f \circ f \circ f)(3) = 3 \quad \text{ve} \quad (f \circ f \circ f \circ f)(4) = 4 \quad \text{ise} \quad f(7) = ?$$

A) 7 B) 12 C) 31 D) 38 E) 42

27. $s(\hat{A}) = 60^\circ$ olan ABC üçgeninin çevrel çemberi çiziliyor. B köşesinden çizilen teğet doğru ile CA kenarının uzantısı D noktasında kesişiyor. Burada A noktası, C ile D arasındadır. $|DC| = 4$, $|AB| + |AD| = |AC|$ ise $\frac{|BC|}{|AB|} = ?$

A) 2 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

28. $A = 64 \cdot 10^{2014} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2017})$ koşulunu sağlayan en büyük 2017 basamaklı $A = a_1 a_2 a_3 \dots a_{2017}$ doğal sayısının rakamlar toplamı kaçtır?

A) 11 B) 13 C) 15 D) 19 E) 2017

29. $\binom{2017}{1} + \binom{2017}{5} + \binom{2017}{9} + \binom{2017}{13} + \dots + \binom{2017}{2013} + \binom{2017}{2017} = ?$

A) $2^{2016} + 2^{1006}$

B) $2^{2017} - 2^{1007}$

C) $2^{2015} + 2^{1005}$

D) $2^{2015} + 2^{1007}$

E) $2^{2017} - 2^{1008}$

30. 1001^{20} sayısının son 12 rakamının toplamı kaçtır?

A) 15

B) 18

C) 21

D) 24

E) 32

31. $|AB| = |BC|$ olan ABC ikizkenar üçgeninin AC kenarına A noktasında teğet ve B noktasından geçen merkezi üçgenin dışında olan çember çiziliyor. Bu çember BC kenarını E noktasında kesmektedir.

$2|BE| = 3|EC|$ ve ABC üçgeninin alanı 27 ise çemberin yarıçapı kaçtır?

A) 4

B) $\frac{9}{2}$

C) 5

D) $\frac{23}{4}$

E) 6

32. $3^{2^{2017}} - 1$ sayısının 2^{2020} sayısına bölümünden kalan kaçtır?

A) 2^{2017}

B) 2^{2019}

C) $2^{2017} + 1$

D) $2^{2018} + 1$

E) $2^{2018} + 2$

