



BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI

25. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2017  
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

Soru Kitapçığı Türü

**B**

13 Mayıs 2017 Cumartesi, 09.30 - 12.30

ADAYIN ADI SOYADI :  
T.C. KİMLİK NO :  
OKULU / SINIFI :  
SINAVA GİRDİĞİ İL :

**SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:**

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 adet sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayınlandıktan sonra 10 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, İstanbul Üniversitesi'ne başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Matematik Olimpiyatı –Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve İstanbul Üniversitesi sorumlu tutulamaz. İstanbul Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyararak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

**Başarılar Dileriz**

1. İçi dolu bir küre, merkezinden geçen 100 düzlem ile en fazla kaç parçaya bölünür?

- A)  $2^{100} - 2$       B) 9898      C)  $2^{198} + 2$       D)  $3^{100} + 2$       E) 9902

2.  $a, b, c$  sayıları  $x^3 + x - 1 = 0$  denkleminin kökleri olsun. Aşağıdaki denklemlerden hangisinin kökleri  $a.b, b.c, c.a$  olur?

- A)  $x^3 - x - 1 = 0$       B)  $x^3 - x^2 + 1 = 0$       C)  $x^3 - x^2 - x - 1 = 0$   
D)  $x^3 - x + 1 = 0$       E)  $x^3 - x^2 - 1 = 0$

3.  $ABCD$  dışbükey dörtgeninde  $ABD$ , tepe açısı  $\hat{A} = 60 + 2x$  olan ikizkenar bir üçgendir.  $s(\hat{BAC}) = s(\hat{BCA}) = x$  ise  $s(\hat{DCA}) = ?$

- A) 30      B)  $30 + x$       C)  $30 - x$       D)  $30 - 2x$       E) 25

4.  $A = 64 \cdot 10^{2014} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2017})$  koşulunu sağlayan en büyük 2017 basamaklı  $A = a_1 a_2 a_3 \dots a_{2017}$  doğal sayısının rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 11      B) 13      C) 15      D) 19      E) 2017



5. Ali 7 arkadaşını bir hafta boyunca haftanın her günü 3'lü gruplar şeklinde akşam yemeğine davet etmektedir. Arkadaşlarından herhangi ikisi sadece bir akşam bir arada olmaları koşuluyla Ali, bu daveti kaç farklı şekilde gerçekler?

A)  $15 \cdot 7!$       B)  $30 \cdot 7!$       C)  $35 \cdot 7!$       D)  $42 \cdot 7!$       E)  $60 \cdot 7!$

6.  $x, y, z, w, v$  negatif olmayan tam sayılardır.

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 + v^2 = 40$$

denklemini gerçekleyen tüm  $(x, y, z, w, v)$  tam sayı beşlilerinin sayısı kaçtır?

A) 56      B) 66      C) 112      D) 120      E) 122

7. Düzlemde  $A(1,0)$ ,  $B(5,2)$  noktaları veriliyor.  $y = x + 2$  doğrusu üzerinde,

$|AC|^2 + |CB|^2$  minimum olmasını sağlayan bir  $C$  noktası alınıyor.

Bu durumda  $|AC|^2 + |CB|^2 = ?$

A) 26      B)  $\frac{425}{16}$       C)  $\frac{53}{2}$       D)  $\frac{105}{4}$       E) 25

8. Beş basamaklı bir sayının birler ve onlar basamağı silindiğinde tam kare olan üç basamaklı bir sayı elde edilmektedir, ayrıca bu sayının binler ve on binler basamağı silindiğinde de tam kare olan üç basamaklı bir sayı elde edilmektedir. Bu özelliklere sahip kaç farklı beş basamaklı doğal sayı vardır?

A) 52      B) 54      C) 57      D) 58      E) 60



9.  $210^9$  doğal sayısının pozitif bölenlerinin kaç tanesi 4, 9, 25, 49 doğal sayılarından en az ikisine tam bölünür?

A) 9984                      B) 9744                      C) 9728                      D) 9648                      E) 9216

10.  $x, y \geq -2017$  olmak üzere,  $\frac{x}{x-y+2017} - \frac{y}{x-y-2017} = 1$  denklemini sağlayan kaç farklı  $(x, y)$  tam sayı ikilileri vardır?

A) 4033                      B) 4034                      C) 6051                      D) 6052                      E) 8068

11.  $|AB| = |BC|$  olan  $ABC$  ikizkenar üçgeninin  $AC$  kenarına  $A$  noktasında teğet ve  $B$  noktasından geçen merkezi üçgenin dışında olan çember çiziliyor. Bu çember  $BC$  kenarını  $E$  noktasında kesmektedir.

$2|BE| = 3|EC|$  ve  $ABC$  üçgeninin alanı 27 ise çemberin yarıçapı kaçtır?

A) 4                      B)  $\frac{9}{2}$                       C) 5                      D)  $\frac{23}{4}$                       E) 6

12.  $n^2 - 1$ , üç farklı asal sayının çarpımı şeklinde yazılabilen bir doğal sayıdır. Bu özelliği gerçekleyen en küçük birbirinden farklı ilk beş  $n$  sayısının toplamı kaçtır?

A) 104                      B) 110                      C) 116                      D) 124                      E) 144









17.  $\binom{2017}{1} + \binom{2017}{5} + \binom{2017}{9} + \binom{2017}{13} + \dots + \binom{2017}{2013} + \binom{2017}{2017} = ?$

A)  $2^{2016} + 2^{1006}$

B)  $2^{2017} - 2^{1007}$

C)  $2^{2015} + 2^{1005}$

D)  $2^{2015} + 2^{1007}$

E)  $2^{2017} - 2^{1008}$

18.  $\left. \begin{array}{l} x - 2y + xy = 1 + \sqrt{10} \\ x^2 + 4y^2 = 13 \end{array} \right\}$  ise  $|x - 2y - 2| = ?$

A)  $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$

B)  $\sqrt{10} - 1$

C)  $\sqrt{-2 + \sqrt{10}}$

D)  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$

E)  $-3 + \sqrt{10}$

19. Tepe açısı  $\angle A = 100^\circ$  olan  $ABC$  ikizkenar üçgeninde  $\hat{C}$  açısının açıortayı  $AB$  kenarını  $D$  noktasında kesiyor.  $|AD| = x$ ,  $|DC| = y$  ise  $|BC|$ 'nin  $x$  ve  $y$  cinsinden değeri hangisidir?

A)  $x + 2y \cos 40^\circ$

B)  $y + 2x \cos 20^\circ$

C)  $y + 2x$

D)  $3x - y$

E)  $x + y$

20.  $n$  pozitif bir tam sayı olsun.

$$x + y = n$$

$$xy = n + 65$$

sisteminin  $(x, y)$  gerçel çözümlerinin olması için  $n$ 'nin en küçük değeri kaçtır?

A) 21

B) 19

C) 18

D) 17

E) 16



21. 7 kişi, zemin katta bulunan bir asansöre binip, her katta en az bir kişi inecek şekilde dört kat çıkıyor ve dördüncü katta asansör tamamen boşalıyor. Bu asansör kaç farklı şekilde kullanılır?

- A) 8400                      B) 8449                      C) 8456                      D) 9114                      E) 9149

22.  $f(x) = x^3 - 12x^2 + Ax + B$ , gerçel(reel) sayılarda tanımlı artan bir fonksiyon olsun.

$$(f \circ f \circ f)(3) = 3 \quad \text{ve} \quad (f \circ f \circ f \circ f)(4) = 4 \quad \text{ise} \quad f(7) = ?$$

- A) 7                      B) 12                      C) 31                      D) 38                      E) 42

23.  $|AB| = 2|BC|$  olan  $ABCD$  dikdörtgenin içinde  $s(\widehat{EAB}) = s(\widehat{ABE}) = 15^\circ$  olacak şekilde bir  $E$  noktası alınıyor.  $|AE| = 2$  ise  $|CE| = ?$

- A)  $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$       B)  $\sqrt{4+\sqrt{3}}$       C)  $\sqrt{6+\sqrt{3}}$       D)  $2\sqrt{1+\sqrt{3}}$       E)  $\sqrt{2+2\sqrt{3}}$

24.  $p$  bir tek asal sayı olmak üzere,  $\sqrt{x(x-p^2)}$  sayısının bir tam sayı olmasını sağlayan  $x$  pozitif tam sayılarından en büyüğü ile en küçüğü arasındaki fark aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{p^2+1}{4}$       B)  $\frac{p^4+1}{4}$       C)  $\left(\frac{p^2+1}{2}\right)^2$       D)  $\left(\frac{p^2-1}{2}\right)^2$       E)  $\frac{(p^2+1)(p^2-p+1)}{4}$



25. 
$$\sum_{k+l=0}^{97} \binom{100}{k} \binom{100-k}{l} \binom{100-k-l}{97-k-l} = ?$$

- A)  $3^{100} \cdot 53900$       B)  $3^{97} \cdot 107800$       C)  $3^{105} \cdot 10780$   
D)  $3^{100} \cdot 107800$       E)  $3^{98} \cdot 53900$

26.  $1001^{20}$  sayısının son 12 rakamının toplamı kaçtır?

- A) 15      B) 18      C) 21      D) 24      E) 32

27. Bir kenarı 12 olan  $ABCD$  karesinde  $|AE|=3$ ,  $|AF|=4$  olacak şekilde  $AB$  ve  $AD$

kenarları üzerinde sırasıyla  $E$  ve  $F$  noktaları alınıyor. Kare içinde bir tabanı  $EF$  ve diğer tabanın köşeleri  $BC$  ve  $DC$  kenarları üzerinde olan maksimum alana sahip yamuğun alanı kaçtır?

- A) 76      B) 74      C)  $\frac{147}{2}$       D) 73      E)  $\frac{145}{2}$

28.  $3^{2^{2017}} - 1$  sayısının  $2^{2020}$  sayısına bölümünden kalan kaçtır?

- A)  $2^{2017}$       B)  $2^{2019}$       C)  $2^{2017} + 1$       D)  $2^{2018} + 1$       E)  $2^{2018} + 2$



29. 1, 2, 3, 3, 5, 5, 8, 8 rakamlarını kullanarak aynı olan rakamlar yan yana olmayacak şekilde oluşturulabilen beş basamaklı kaç farklı şifre vardır?

A) 980                      B) 840                      C) 720                      D) 660                      E) 580

30.  $n = 1, 2, 3, \dots$  doğal sayıları için  $a_n = 2 - \frac{1}{n^2 - \sqrt{n^4 + \frac{1}{4}}}$  ise

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{2}{\sqrt{a_2}} + \frac{3}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{19}{\sqrt{a_{19}}} + \frac{20}{\sqrt{a_{20}}} = ?$$

A)  $\frac{\sqrt{761}+1}{4}$                       B)  $\frac{\sqrt{761}-1}{4}$                       C) 20                      D) 19                      E) 7

31.  $|AB| = |AC|$  ve  $\tan B = \frac{5}{12}$  olan  $ABC$  üçgeni veriliyor. Yarıçapı 1 olan bir çember  $AB$  ve  $AC$  kenarlarına sırasıyla  $K$  ve  $L$  noktalarında teğet olup  $BC$  kenarını  $P$  ve  $Q$  noktalarında kesmektedir.  $P$ ,  $B$  ile  $Q$  arasında ve  $|BK| = \frac{12}{5}$  ise  $BQK$  üçgeninin alanı kaçtır?

A)  $\frac{3}{2}$                       B)  $\frac{8}{5}$                       C)  $\frac{108}{65}$                       D)  $\frac{25}{13}$                       E)  $\frac{144}{65}$

32.  $\sum_{n=1}^{30} n^{61} \equiv x \pmod{31^2}$  ise  $x = ?$

A) 404                      B) 434                      C) 465                      D) 496                      E) 527



